FACULTAD DE INGENIERIA
MONTEVIDEO

PUBLICACIÓN N.° 2 (1940)
DEL INSTITUTO DE ELECTROTÉCNICA

Serie: Textos y complementos
Grupo: Medidas eléctricas

Galvanómetros de imán y cuadro móvil para corriente continua.

POR

S. GERSZONOWICZ

MONTEVIDEO
R. O. DEL URUGUAY
DICIEMBRE, 1940

Publicaciones del Instituto de Electrotécnica

Trabajos aparecidos en 1938 y 1939: un folleto de 95 págs., 23 x 27 cm.

SUMARIO:

S. Gerszonowicz — Historia de la enseñanza de la electrotécnica en la Facultad de Ingeniería de Montevideo.

Lista de los trabajos relativos a electrotécnica, publicados en el Uruguay hasta 1939 incluído.

A. Cisa. — Sobre calentamiento de dinamos.

D. Maggiolo Campos — Influencia del "écrouissage" por tracción sobre la permeabilidad de un acero dulce.

S. Gerszonowicz — Los nuevos Laboratorios del Instituto de Electrotécnica.

S. Gerszonowicz — Nota sobre la elección de la cuarta unidad fundamental en electrotécnica.

J. S. Young — Influencia de las condiciones de funcionamiento sobre las características de las lámparas de incandescencia.

S. Gerszonowicz — Sobre la determinación directa y semidirecta de la resistencia crítica de los galvanómetros.

S. Gerszonowicz — Estudio del retorno al cero de los galvanómetros.

D. Maggiolo de Gerszonowicz y S. Gerszonowicz — Expresión analítica aproximada de la curva Sq. (R) del balístico y su aplicación a algunas medidas rápidas.

S. Gerszonowicz — Sobre la cuarta unidad.

Colaboración de **E. Brylinski** — Sobre los sistemas de unidades de medida.

Publicaciones, serie textos y complementos, 1940:

N.° 1 — **S. Gerszonowicz** — Galvanómetros: definición, propiedades generales, estudio del movimiento. Un folleto de 56 págs. 16 x 23 cm.

N.° 2 — **S. Gerszonowicz** — Galvanómetros de imán y cuadro móvil para corriente continua. Un folleto de 88 págs. 16 x 23 cm.

Por todo lo relacionado con estas publicaciones dirigirse al Director del Instituto de Electrotécnica, Facultad de Ingeniería, calle Cerrito 73 Montevideo, R. O. del Uruguay.

Publicación del "Instituto de Electrotécnica"
Montevideo, 1940

CAPITULO I.

Galvanómetros de imán móvil para corriente continua.

Los galvanómetros de imán móvil fueron los primeros que se emplearon en corriente continua, pero desde hace algún tiempo han sido practicamente desplazados por los de cuadro móvil. Dividiremos pues el estudio de los galvanómetros de imán: daremos en este capítulo principios generales y describiremos diversos tipos de estos aparatos; haremos lo mismo en el capítulo II para los galvanómetros de cuadro móvil, y pasaremos finalmente en el capítulo III al estudio de diversos puntos comunes a los dos aparatos y al estudio comparado de sus mejores condiciones de empleo, así como de sus ventajas e inconvenientes.

1. Principio de los galvanómetros de imán móvil. — Estos aparatos derivan del multiplicador de *Schweigger*, que consiste en un cuadro rectangular vertical, orientado en el meridiano magnético, en cuyo interior se suspende una aguja magnética.

Vamos a estudiar el principio de su funcionamiento considerando, para simplificar, una espira vertical, circular, de radio a. Dispongamos sobre su eje una varilla cilíndrica imantada, sostenida en su centro por un pivote, o mejor suspendida de un hilo sin torsión; sea x la distancia del centro del imán al de la espira. Llamemos M al momento magnético de la varilla, que asimilaremos a un dipolo de longitud l. El valor de l es incierto, pero felizmente interviene solo en los términos correctivos; se toma general-



mente $l = l'$ o $l = \frac{5}{6} l'$, donde l' representa la longitud de la varilla.

Supongamos la espira orientada en el plano del meridiano magnético; al desviar el imán un ángulo Θ de su posición de equilibrio, el par director ejercido por la componente horizontal H_t del campo magnético terrestre es

$$C_d = H_t \, M \, sen \, \Theta \qquad (1)$$

La espira recorrida por una corriente I ejercerá sobre el imán un par motor

$$C_m = 2 \pi M I \cos \Theta \frac{a^2}{r^3} \left\{ 1 + \frac{3 l^2}{r^4} \left(\frac{a^2}{4} - x^2 \right) \left(1 - 5 \, sen^2 \Theta \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{45}{64} \frac{l^4}{r^8} (a^4 - 12 a^2 x^2 + 8 x^4) (1 - 14 \, sen^2 \Theta + 21 \, sen^4 \Theta) + \ldots \right\} \qquad (2)$$

donde $r^2 = a^2 + x^2$.

Si se admite que la longitud del imán es despreciable frente a r, la expresión (2) se simplifica considerablemente, transformándose en

$$C_m = M \, G \, I \cos \Theta \qquad (2a)$$

con

$$G = \frac{2 \pi a^2}{r^3} \qquad (3)$$

GI representa el campo creado por la espira en el punto de sostén del imán; si éste no fuera horizontal, M designaría la componente horizontal de su momento magnético.

Si consideramos ahora una bobina de n espiras, de sección transversal rectangular de dimensiones $2b$ en la dirección del eje y $2c$ en la dirección radial, y de radio medio a, siempre que b y c sean muy pequeñas frente a a se puede admitir que todas las espiras crean el mismo campo al nivel del imán supuesto siempre de longitud despreciable, o sea

$$G = \frac{2 \pi n a^2}{r^3} \qquad (3a)$$

Si b y d no son despreciables frente a a, pero suponemos que todas las espiras son circulares con sus planos normales al eje común, una simple integración da el valor de G

$$G = 2 \pi n \left\{ (x+b) \log_e \frac{a+d+\sqrt{(x+b)^2+(a+d)^2}}{a-d+\sqrt{(x+b)^2+(a-d)^2}} - \right.$$

$$\left. -(x-b) \log_e \frac{a+d+\sqrt{(x-b)^2+(a+d)^2}}{a-d+\sqrt{(x-b)^2+(a-d)^2}} \right\} \quad (4)$$

a emplearse en vez de (3a).

Los galvanómetros de imán móvil se han empleado para medidas absolutas y relativas; según el caso, el principio de su construcción es diferente.

Si se quiere utilizar el aparato para medidas absolutas, lo fundamental es poder calcular muy exactamente el par motor. No solamente se tendrán en cuenta los términos correctivos de (2) debidos a que ya no puede considerarse despreciable la longitud del imán, sino que la expresión se complica todavía más debido a que tampoco se pueden despreciar las dimensiones de la sección transversal de la bobina frente al radio. Si el imán está dispuesto en el centro de la bobina ($x = 0$), se tiene la brújula de tangentes (*Pouillet*); para eliminar el segundo término del desarrollo de la relación (2), *Gaugain* adoptó $x = \frac{a}{2}$, disposición perfeccionada por *Helmholtz* quien agregó otra bobina, idéntica y coaxial a la primera, del otro lado y a la misma distancia del imán.

En los aparatos destinados a medidas absolutas, con el fin de hacer los términos correctivos tan pequeños como sea posible y evitar que un error en la medida de las dimensiones se traduzca en un error importante en la medida de la corriente, ha sido necesario adoptar a muy grande; por lo tanto la sensibilidad del aparato es pequeña. Notemos de paso que la medida absoluta de la intensidad por este método carece actualmente de interés, porque es poco precisa, fundamentalmente a causa de la indeterminación en el valor de H_t.

En los aparatos destinados a las medidas relativas—y son los únicos de los que nos ocuparemos aquí — el cálculo muy exacto del par C_m no interesa, puesto que el aparato se calibra experimentalmente (ver la pubicación N.º 4); lo que se busca ante todo es aumentar la sensibilidad, disminuyendo a este efecto el radio de la bobina para acercar las espiras al imán. Los ángulos de desviación son siempre muy pequeños; con el fin de apreciarlos se fija sobre la suspensión un espejo que permite medir Θ por el

método óptico (véase **III, 1**). En tal caso se puede admitir que el campo creado por la bobina es uniforme en la región en la que se mueven los polos del imán. Además, ya que como dijimos el valor muy exacto de C_m no interesa, supondremos en lo que sigue que el campo al nivel de los polos del imán es el mismo que en el punto de suspensión; dicho de otra manera, admitiremos válida la relación (2a).

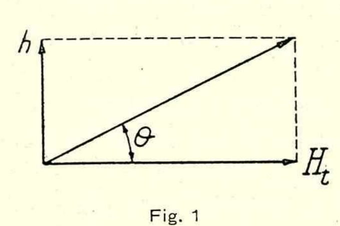


Fig. 1

La posición de equilibrio del imán está definida por $C_m = C_d$, o sea, despreciando el par de torsión de la suspensión

$$M\,G\,I\cos\Theta = H_t\,M\,sen\,\Theta$$

de donde

$$tg\,\Theta = \frac{G}{H_t}\,I \qquad (5)$$

lo que se expresa frecuentemente diciendo que el vector momento magnético del imán se orienta según la dirección y en el sentido del campo resultante de la composición de H_t y $h = GI$ (fig. 1).

El ángulo Θ es muy pequeño, de modo que confundiendo $tg\,\Theta$ con Θ la expresión de la sensibilidad se escribe

$$\frac{\Theta}{I} = \frac{G}{H_t} \qquad (6)$$

Si el par de torsión no fuese despreciable, se tendría evidentemente, designando por C la constante de torsión del hilo de suspensión y expresando que la posición de equilibrio queda definida por la condición $C_m = C_d$

$$M\,G\,I\cos\Theta = C\,\Theta + M\,H_t\,sen\,\Theta$$

o sea, siendo Θ muy pequeño

$$\frac{\Theta}{I} = \frac{M\,G}{M\,H_t + C} \qquad (7)$$

Para aumentar la sensibilidad será necesario disminuir C y H_t y aumentar M y G; generalmente C es despreciable, en cuyo caso solo es posible actuar sobre H_t y G.

2. Estudio de la bobina. — La primera cuestión que se presenta es la forma a dar a la sección generatriz de la bobina, que es de revolución, para obtener el máximo de campo a igualdad

de longitud del hilo enrollado, o aún, siendo constante el diámetro del hilo, a igualdad de resistencia de la bobina. El problema ha sido resuelto por *Maxwell*. Consideremos una espira circular S recorrida por una corriente I; sea ϱ la distancia entre un punto O situado sobre el eje de la espira y un elemento de longitud dl de ésta (fig. 2): el campo creado en O por dl es $dH = \frac{I\,dl}{\varrho^2}$ y su proyección sobre el eje XX' de la bobina es

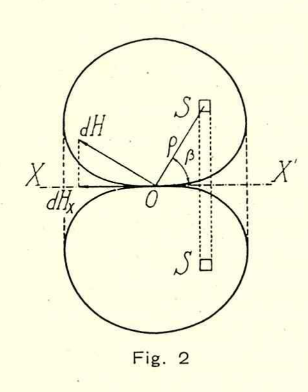


Fig. 2

$$dH_x = \frac{I\,dl}{\varrho^2}\,sen\,\beta$$

siendo β el ángulo hecho por ϱ con OX'.

El campo específico, por unidad de longitud y de corriente, es

$$\frac{dH_x}{I\,dl} = \frac{sen\,\beta}{\varrho^2}$$

Tracemos la curva

$$\frac{sen\,\beta}{\varrho^2} = \frac{1}{{\varrho_1}^2} = Cte \qquad (8)$$

que forma una sección generatriz: todas las espiras comprendidas en el interior de esta curva producen una acción específica superior a $\frac{1}{{\varrho_1}^2}$, mientras que las espiras colocadas en el exterior producen una acción específica inferior a $\frac{1}{{\varrho_1}^2}$.

La forma óptima de la bobina se obtiene pues haciendo girar la curva $\frac{sen\,\beta}{\varrho^2} = Cte$ alrededor del eje XX'; en efecto, si el contorno de la sección de una bobina es diferente, a igualdad de área, de la curva representada por (8), se aumentará la acción desplazando las espiras del exterior al interior de la curva, o sea llevando la sección a la forma (8). Se preven evidentemente aberturas para alojar el imán y la suspensión; la cavidad prevista para la ubicación del imán es generalmente cilíndrica; es interesante notar que si no fuera así, por querer aprovechar todo el espacio posible para la producción del campo, podría ocurrir en determinados casos que la acción de ciertas espiras que se encuentran

muy cerca de los polos sería de sentido contrario a la del conjunto de la bobina. La demostración fué hecha por *Ayrton*, *Mather* y *Sumpner* por sencillas consideraciones sobre la distribución de las líneas de fuerza.

¿Hasta qué punto se puede hacer crecer el campo creado por la bobina? La cavidad interior queda determinada por el espacio necesario al movimiento del imán y eventualmente por la acción contraria de ciertas espiras que acabamos de mencionar. En lo que se refiere a la dimensión exterior, que podemos caracterizar por su valor máximo ϱ_1, hay que distinguir dos casos. En el primero consideraremos constante la corriente en el circuito; G es entonces tanto mayor cuanto mayores son ϱ_1 y el número de espiras, o sea cuanto menor es el diámetro del hilo a ϱ_1 dado. No hay otro límite para ϱ_1 que las consideraciones referentes al espacio ocupado, peso y precio. En el segundo caso consideraremos constante la f. e. m. en el circuito. Al agregar entonces una nueva capa se aumenta en $\triangle G$ la constante de la bobina y en $\triangle R$ su resistencia; ahora bien, si el diámetro del hilo es constante, como se ha supuesto implicitamente hasta ahora, $\triangle G$ disminuye mientras que $\triangle R$ aumenta con ϱ_1 y llega fatalmente un momento en que la disminución de la corriente, consecuencia del aumento de la resistencia, se traduce por una disminución del campo que sobrepasa el aumento del mismo debido a $\triangle G$; agregando una capa nueva se obtiene así un efecto contrario al perseguido. En cambio si consentimos en hacer crecer el diámetro del hilo con ϱ_1 se puede buscar en que condiciones el efecto resultante es máximo. *Maxwell* demostró que si la relación del diámetro del hilo al espesor de su aislante es constante para todas las capas, el diámetro del hilo debe crecer proporcionalmente a ϱ_1; el crecimiento debe ser menos rápido si el espesor del aislante es constante, independiente del diámetro del hilo. Pero aún así se gana muy poco agregando capas nuevas en cuanto ϱ_1 se hace algo importante frente a la dimensión del espacio libre interior de la bobina.

Practicamente, por razones de simplicidad de construcción, y salvo casos especiales, se da a la bobina una sección transversal rectangular, aproximándola lo más posible a la óptima (fig. 9, pág. 15). En muchos aparatos se han empleado bobinas de varias capas de diámetro diferente cada una.

En resumen, si bien el estudio de la acción de la bobina permitió una construcción más racional del aparato, en lo que se refiere al aumento de la sensibilidad no es posible obrar por aumento de G más allá de ciertos límites. Veamos ahora la acción sobre H_t.

3. Imán corrector. — Se podría disminuir el campo director compensando parcialmente el campo terrestre con un imán corrector convenientemente orientado (*Melloni*), pero es fácil ver que el procedimiento presenta un inconveniente importante. Sea en efecto H_c el campo corrector que forma un ángulo $\pi - \beta$ con la componente horizontal del campo terrestre H_t; el campo director resultante está en H_r (fig. 3):

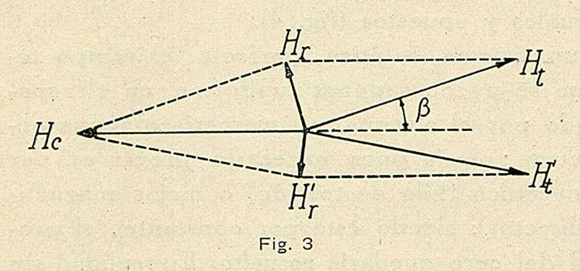


Fig. 3

$$H_r^{\ 2} = H_c^{\ 2} + H_t^{\ 2} - 2\, H_t\, H_c \cos \beta$$

Para un valor dado de β, H_r es mínimo para $H_c = H_t \cos \beta$, con $H_{r_{min}} = 4\, H_t\, sen^2 \frac{\beta}{2} \cong H_t\, sen\, \beta$ si hacemos β pequeño con el fin de reducir H_r. Es fácil ver sin embargo que β no debe ser inferior a un cierto valor. Supongamos en efecto que el campo H_t varíe en dirección y vaya a H'_t: si el ángulo de variación es superior a β (fig. 3), el nuevo campo resultante H'_r es sensiblemente opuesto a H_r y el imán gira un ángulo próximo a 180°.

Ahora bien, el campo terrestre varía continuamente en magnitud y dirección, de manera que no se puede disminuir demasiado β, y por consiguiente H_r, sin correr el riesgo de una inestabilidad inadmisible del cero del aparato. Pero aún descartado este riesgo, la posición del cero y la sensibilidad varían continuamente, dependiendo estas variaciones de los valores de H_c y β y de los cambios de H_t en magnitud y dirección; para hacer el cero y la sensibilidad más estables habría sido necesario poner en fase el campo corrector y el terrestre, pero así disminuiríamos la sensibilidad y se trata de aumentarla. Es solamente por el empleo del sistema astático y de las pantallas magnéticas que se ha podido alcanzar una sensibilidad muy grande, al mismo tiempo que un cero del aparato más estable.

Es también necesario tener en cuenta la acción de la temperatura, cuyo aumento disminuye el momento magnético del imán director y de los imanes del sistema móvil.

4. Sistema astático. — Un sistema astático es un sistema de imanes de momento resultante nulo, o sea en equilibrio indiferente en todo campo uniforme; en su forma más simple está constituído por dos imanes solidarios cuyos ejes son paralelos, de momentos magnéticos iguales y opuestos (fig. 4).

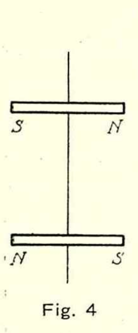


Fig. 4

Con un sistema astático perfecto el campo terrestre, que se puede suponer uniforme en el espacio ocupado por el sistema, no ejercería ninguna acción directora ; sería pues necesario prever un par director mecánico (hilo de torsión) o mejor magnético (imán permanente director): siendo este par constante, el problema de la estabilidad del cero quedaría resuelto. En realidad sin embargo, las componentes horizontales M_1 y M_2 de los momentos magnéticos de los dos imanes tienen valores próximos pero no iguales, y forman entre sí un ángulo γ, próximo pero no igual a π (fig. 5). El sistema posee pues un momento resultante

$$M_r = \sqrt{(M_1 - M_2)^2 + 4\, M_1 M_2 \cos^2 \frac{\gamma}{2}} \qquad (9)$$

y se orientará en un campo uniforme de manera que M_r coincida con la dirección del campo. Ahora bien, teniendo M_1 y M_2 valo-

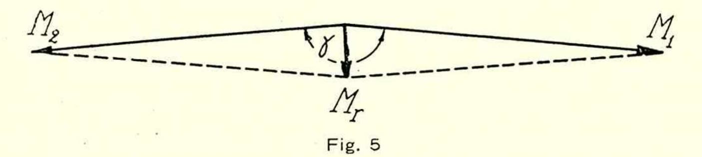


Fig. 5

res casi iguales y siendo γ próximo a π, se puede admitir aproximadamente que M_r es normal a la dirección supuesta común de los imanes; estos últimos se orientarán pues normalmente a las líneas de fuerza de un campo uniforme en el que estuviesen colocados, en oposición al sistema perfecto, que se encontraría allí en equilibrio indiferente. El campo magnético terrestre obra solamente sobre M_r ; el par director

$$C_d = M_r \cdot H_t \operatorname{sen} \widehat{M_r, H_t} \qquad (10)$$

es mucho más pequeño que el $C_d = M_1 H_t \operatorname{sen} \widehat{M_1, H_t}$ que se ten-

dría con un solo imán; la sensibilidad aumenta pues considerablemente, pero mientras el par del campo terrestre sea el único director, la inestabilidad del cero será la misma que en un aparato de un solo imán.

Para mejorar la estabilidad del cero es necesario sacrificar en parte la sensibilidad. Agreguemos un par director constante, debido casi siempre a la acción de un imán permanente, porque entonces es muy fácil hacer variar dicho par cambiando la posición del imán director. La sensibilidad disminuye, pero la estabilidad aumenta tanto más cuanto más pequeño es el par ejercido por el campo terrestre frente al adicional constante. Se concibe que para conservar a la vez una sensibilidad muy alta y una estabilidad suficiente, el sistema debe ser tan perfectamente astático como sea posible. Cabe notar que si bien se disminuye así considerablemente el efecto de los campos magnéticos perturbadores uniformes, quedan los campos no uniformes, cuyo efecto se combate reduciendo las dimensiones del sistema astático por una parte y por el empleo de las pantallas magnéticas por otra.

5. Pantallas magnéticas. — Las pantallas son generalmente de forma esférica o cilíndrica, agregándose bases en este último caso, a menos que la relación de la altura al diámetro interior sea considerable; las aberturas deben reducirse al mínimo. El estudio teórico de la acción de las pantallas es muy complejo (*du Bois*, *Wills* y otros); los fenómenos no pueden considerarse como completamente aclarados. La protección es función de la forma de la pantalla y de μ_i, permeabilidad inicial, relativa a campos muy pequeños. La acción protectora, es decir, la relación entre el campo exterior a la pantalla y el campo interior, es mucho mayor si se colocan varias pantallas separadas entre sí por intervalos determinados de aire, que con una pantalla única de espesor igual a la suma de los de las pantallas separadas; sin embargo, no hay ventaja en llevar la subdivisión más allá de ciertos límites; se emplean bastante frecuentemente 3 pantallas.

Hay evidentemente interés en emplear materiales de gran permeabilidad inicial: en algunos aceros μ_i es del orden de 100 — 350 y se puede obtener un campo interior del orden de un milésimo del exterior contra cuya variación se quiere protejer. Existen aleaciones especiales como el permalloy, mu-metal, etc, para los que se han indicado valores de μ_i superiores a 10000 (80000

para el mu-metal, que presenta además la ventaja de ser relativamente liviano), pero la acción protectora no aumenta en proporción.

La acción de la pantalla es evidente: al reducir H_t lo suficientemente como para justificar la adjunción de un imán director, permite aumentar a la vez la sensibilidad y la estabilidad del cero. *Du Bois* y *Rubens* emplearon en su galvanómetro no-astático tres pantallas, la primera cilíndrica y las dos interiores esféricas (fig. 6); entre estas dos últimas se colocó un par de imanes directores cuya orientación se podía variar del exterior.

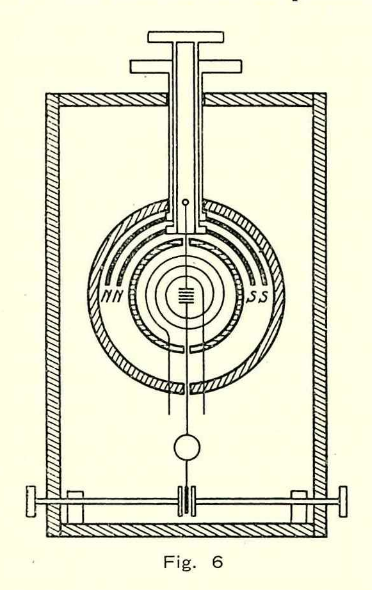


Fig. 6

Nicols y Williams construyeron un galvanómetro del tipo del de *Lord Kelvin* (véase **I, 8**) de cuatro bobinas con tres pantallas cilíndricas.

La sensibilidad obtenida utilizando a la vez el sistema astático y las pantallas magnéticas es extraordinariamente elevada; así p. ej. para el galvanómetro modelo *Paschen - Hill* la casa Cambridge indica una sensibilidad práctica (véase **III, 6**) de 7,5. 10^{-12} mA/mm llegando así al límite natural de la sensibilidad (**III, 15**).

6. Galvanómetro de Nobili. — El primer galvanómetro en que se aplicó el sistema astático fué el de *Nobili*. El imán M_2 estaba colocado en el exterior y el imán M_1 en el centro de la bobina (fig. 7). Los pares ejercidos por la bobina sobre M_1 y M_2 (el primero mucho más grande que el segundo) concuerdan para hacer girar el sistema en el mismo sentido.

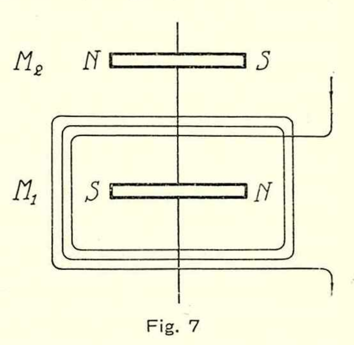


Fig. 7

Supongamos el sistema dispuesto en tal forma que, por la acción del campo terrestre sobre M_2 y en ausencia de corriente, el imán M_1 se encuentra en un plano paralelo al plano de las espi-

ras (fig. 8). Enviemos una corriente I a la bobina; el par motor es, designando por Θ al ángulo que ha girado el sistema móvil:

$$C_m = I\,[\,M_1\,G_1\,sen\,M_1\,,G_1 + M_2\,G_2\,sen\,M_2\,,\,G_2\,] =$$

$$= I\,[\,M_1\,G_1\cos\Theta - M_2\,G_2\cos(\gamma + \Theta)\,] \qquad (11)$$

La posición de equilibrio del sistema está definida por la condición $C_m = C_d$, o sea por

$$I\,[\,M_1\,G_1\cos\Theta - M_2\,G_2\cos(\gamma + \Theta)\,] = M_r\,H_t\,sen\,\Theta \qquad (12)$$

de donde

$$tg\,\Theta = \frac{I\,(\,M_1\,G_1 - M_2\,G_2\cos\gamma\,)}{M_r\,H_t + M_2\,G_2\,I\,sen\,\gamma} \qquad (13)$$

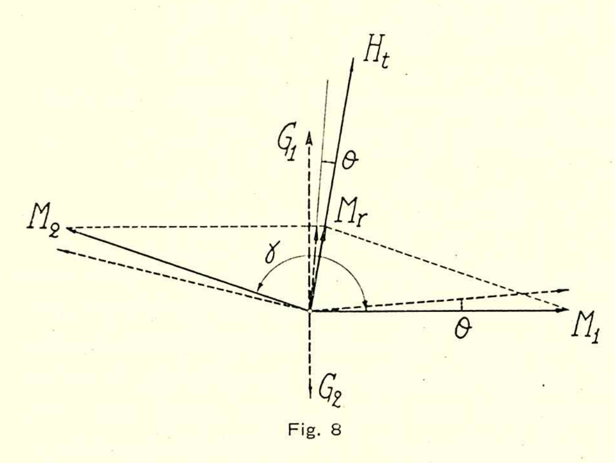


Fig. 8

Se ve pues que aún haciendo abstracción de que G_1 y G_2 no son en todo rigor independientes de Θ, no hay proporcionalidad entre $tg\,\Theta$ (que se puede generalmente confundir con Θ) e I, salvo si $\gamma = \pi$. Este resultado persiste si $G_1 \cong G_2$ como ocurre en muchos otros tipos de galvanómetros de imán que estudiaremos más adelante. Por consiguiente, a menos de servirse del galvanómetro como de aparato de cero, es necesaria su calibración en toda la escala. En primera aproximación la sensibilidad es, haciendo $\gamma = \pi$,

$$\frac{\Theta}{I} = \frac{M_1\,G_1 + M_2\,G_2}{M_r\,H_t} \qquad (14)$$

Se observará que hay interés en hacer M_1 y M_2 grandes con el fin de elevar la sensibilidad. Para eso es necesario aumentar la sección y sobre todo la longitud de los imanes; se está limitado en este sentido por el aumento del momento de inercia, o sea del período, por una parte, y por el aumento del espacio interior de la bobina, lo que reduce G_1 y G_2, por otra. Veremos más adelante

las soluciones particulares adoptadas por *Lord Kelvin* (II, 8) por *Weiss* (II, 10), por *Rosenthal* y *Gray* (II, 12).

7. Amortiguamiento. Ecuación del movimiento. — El movimiento de los imanes provoca una variación del flujo que éstos envían a través de la bobina, en la que se induce una f. e. m.

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Phi}{d\Theta} \cdot \frac{d\Theta}{dt} \qquad (15)$$

Si despreciamos el coeficiente de self-inducción y llamamos R a la resistencia total del circuito de la bobina, que suponemos cerrado, la corriente inducida es

$$i = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi}{d\Theta} \frac{d\Theta}{dt} \qquad (16)$$

Notemos ahora que las expresiones del par motor C_m dadas más arriba, pueden ponerse bajo la forma

$$C_m = I \frac{d\Phi}{d\Theta} \qquad (17)$$

Las relaciones (16) y (17) son generales, válidas no solamente para el caso de un imán o imanes en rotación en el campo producido por una bobina, como lo hemos considerado hasta ahora, sino también para una bobina recorrida por la corriente I, en rotación en un campo producido sea por un imán, sea por otro circuito recorrido por una corriente I' ; Φ designará entonces el flujo a través de la bobina móvil y R la resistencia total de su circuito supuesto sin self-inducción.

La corriente i se superpone a la corriente I enviada por la fuente exterior; la ecuación del movimiento se escribe pues de manera general

$$K \frac{d^2\Theta}{dt^2} + A_o \frac{d\Theta}{dt} + C_d = (I + i) \frac{d\Phi}{d\Theta} \qquad (18)$$

o sea, teniendo en cuenta (16)

$$K \frac{d^2\Theta}{dt^2} + \left\{ A_o + \frac{1}{R} \left(\frac{d\Phi}{d\Theta} \right)^2 \right\} \frac{d\Theta}{dt} + C_d = I \frac{d\Phi}{d\Theta} \qquad (19)$$

siendo A_o el coeficiente de amortiguamiento en circuito abierto.

En el caso de los galvanómetros de imán móvil A_o se debe

generalmente sólo a los frotamientos del aire. Para seguir la discusión del movimiento, consideremos el caso particular del galvanómetro Nobili. La expresión de $\frac{d\Phi}{dt}$ se obtiene inmediatamente comparando (11) con (17):

$$\frac{d\Phi}{d\Theta} = M_1 G_1 \cos \Theta - M_2 G_2 \cos (\Theta + \gamma) \qquad (20)$$

expresión que puede también encontrarse asimilando los imanes a solenoides equivalentes.

Se tiene pues

$$K \frac{d^2\Theta}{dt^2} + \left\{ A_o + \frac{[M_1 G_1 \cos \Theta - M_2 G_2 \cos (\Theta + \gamma)]^2}{R} \right\} \frac{d\Theta}{dt} +$$

$$+ M_r H_t \operatorname{sen} \Theta = I [M_1 G_1 \cos \Theta - M_2 G_2 \cos (\Theta + \gamma)] \qquad (21)$$

Se ve que los resultados de la discusión del movimiento hecha en la publicación N.° 1 no se aplican más que si Θ es lo suficientemente pequeño como para que se pueda admitir que G_1 y G_2 son constantes y que $\operatorname{sen} \Theta \cong \Theta$, $\cos \Theta \cong 1$ o aún $\cos (\gamma + \Theta) \cong \cos \gamma$ siendo γ muy próximo a π; además hay que suponer que A_o es una constante, lo que solo es suficientemente cierto si Θ y $\frac{d\Theta}{dt}$ permanecen entre ciertos límites.

Admitiendo estas aproximaciones (21) se escribe

$$K \frac{d^2\Theta}{dt^2} + \left\{ A_o + \frac{(M_1 G_1 - M_2 G_2 \cos \gamma)^2}{R} \right\} \frac{d\Theta}{dt} + M_r H_t \Theta =$$

$$= I (M_1 G_1 - M_2 G_2 \cos \gamma) \qquad (22)$$

La acción de las corrientes inducidas se traduce por un aumento del amortiguamiento; se puede decir que todo pasa como si las corrientes inducidas no existiesen, pero, al cerrar el circuito, el coeficiente de amortiguamiento pasara del valor A_o a $A = A_o + \frac{(M_1 G_1 - M_2 G_2 \cos\gamma)^2}{R}$.

El valor R_c de R para el que se obtiene el amortiguamiento crítico se llama "resistencia crítica", pero salvo excepción (galvanómetro de Nernst **I, 11**), la resistencia del circuito está muy por encima de R_c, o sea, el amortiguamiento electromagnético es insignificante, aún empleando bobinas de pequeña resistencia en un circuito cuya resistencia es también pequeña, para colocarse en

las mejores condiciones de sensibilidad en tensión (véase III, 9).

El amortiguamiento total del sistema móvil sin artificio especial es casi siempre muy pequeño, y para hacer el retorno al cero más rápido, será necesario aumentar o bien el amortiguamiento por el aire agregando al órgano móvil (fig. 6 y 9) una paleta de forma conveniente, lo que aumenta sin embargo el momento de inercia, o bien el amortiguamiento electromagnético, haciendo oscilar el imán cerca de una masa de cobre (fig. 10).

El período ideal del movimiento es

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{K}{M_r\ H_t}} \qquad (23)$$

Se ve inmediatcmente que por el hecho de hacer M_r muy pequeño con el fin de aumentar la sensibilidad, se aumenta considerablemente el período, lo que puede hacer las medidas impracticables. Aparece así una segunda ventaja en adoptar un par director adicional constante regulable: al reducir la sensibilidad al valor estrictamente necesario aumentando el par director, no solamente se aumenta la estabilidad del cero sino que se reduce el período.

8. Galvanómetro de Lord Kelvin.— *Lord Kelvin* (*Sir William Thomson*) estudió el problema de la realización de un galvanómetro de imán sensible a la vez que de indicaciones lo bastante rápidas como para ser apto a las aplicaciones industriales, en particular a la recepción de las señales transmitidas por los cables submarinos. Fué necesario a este efecto por una parte disminuir el período, reduciendo en lo pcsible el momento de inercia a igualdad de par motor, y por otra parte realizar un amortiguamiento próximo al crítico. El primer punto fué resuelto por el empleo de varios imanes paralelos muy cortos en lugar de un imán más largo único; a causa del campo desmagnetizante, el momento magnético que se puede realizar con imanes muy cortos es bastante más pequeño que con el imán largo, pero la disminución del par motor debida a esta causa se encuentra compensada por el hecho de que se puede disminuir el radio interior de las bobinas que crearán por consiguiente un campo más fuerte a igualdad de resistencia. El segundo punto se resolvió aumentando considerablemente el amortiguamiento por el aire muniendo al sistema móvil de

una paleta muy ligera de mica o de aluminio, dispuesta p. ej. normalmente a los imanes inferiores como está representado en la fig. 9.

Las variantes en la construcción del galvanómetro de *Lord Kelvin* son numerosas; el aparato más empleado es del tipo de 4 bobinas; cada bobina rectangular, que obra sobre un grupo de imanes del sistema astático, ha sido dividida en dos partes, con el fin de permitir una colocación fácil del sistema móvil, así como el cambio rápido de las bobinas (fig. 9). En algunos aparatos el espejo está pegado a los imanes superiores; la abertura de las bobinas es entonces troncocónica y no cilíndrica con el fin de no interceptar los rayos luminosos. Las corrientes en las bobinas superiores e inferiores son evidentemente de sentido contrario para que sus acciones sobre el sistema móvil se sumen.

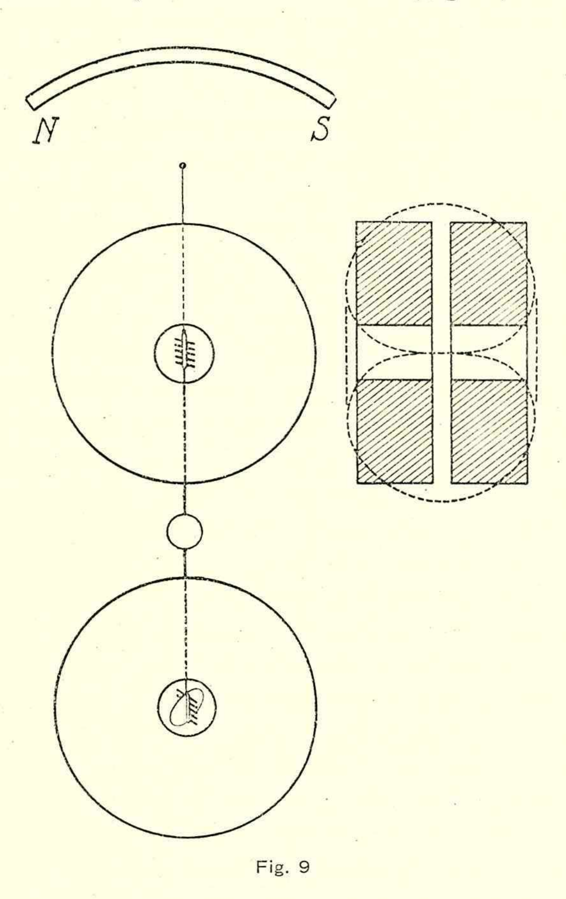


Fig. 9

Ya hemos observado que no hay interés en hacer la sensibilidad de un aparato dado mayor que la estrictamente necesaria para no aumentar inutilmente la duración de las medidas y la inestabilidad del cero. Con el fin de poder regular la sensibilidad *Lord Kelvin* colocó encima de las bobinas un imán permanente corrector cuya orientación y distancia al sistema se pueden hacer variar. El campo director resultante del creado por el imán y del campo terrestre tiene valores diferentes al nivel de cada uno de los grupos que forman el sistema astático, porque éstos se encuentran a distancias diferentes del

imán corrector. No obstante, se puede siempre reemplazar la acción resultante directriz sobre el sistema móvil por la de un campo ficticio, H_d, variable a voluntad con la posición del imán corrector y que obra sobre M_r; las ecuaciones de equilibrio y del movimiento, si admitimos paralelos los ejes de las bobinas superiores e inferiores, son aún evidentemente las que hemos establecido en el caso del galvanómetro Nobili, pero en las que se habrá reemplazado H_t por H_d y hecho $G_1 \cong G_2$. En particular la expresión (14) de la sensibilidad se escribe, haciendo $M_1 = M_2$

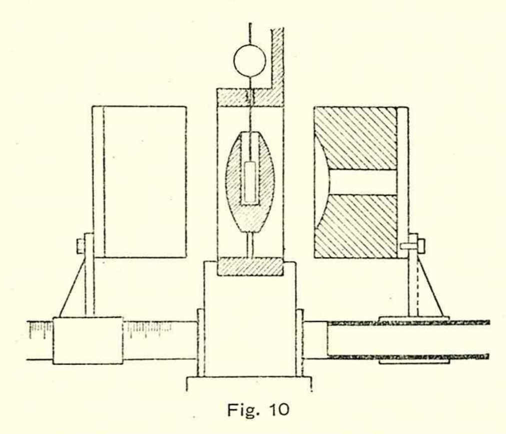


Fig. 10

$$\frac{\Theta}{I} = \frac{2\, M_1\, G_1}{M_r\, H_d} \qquad (24)$$

9. Galvanómetro de Wiedemann. — En este galvanómetro (fig. 10) el imán consiste en un disco, anillo o campana imantado horizontalmente, suspendido en el plano vertical por un hilo de capullo de seda. El imán oscila en una cavidad hecha en una masa de cobre; se obtiene así un amortiguamiento satisfactorio. Las bobinas se pueden desplazar a lo largo de un eje horizontal graduado, normal al plano que contiene el eje magnético del imán, permitiendo así, conjuntamente con un imán corrector, regular la sensibilidad. Es evidente que a igualdad de sensibilidad la estabilidad del cero es muy inferior que en el aparato de *Lord Kelvin.*

10. Galvanómetros de Weiss y de Broca.— Como ya lo notamos, el momento magnético de los imanes empleados en el galvanómetro de *Lord Kelvin* es pequeño. *Weiss* tuvo la idea de formar el sistema astático por dos imanes verticales largos y delgados, paralelos entre sí y al eje de rotación, que es al mismo tiempo su eje de simetría. Los imanes, con los polos de nombres contrarios enfrentados, están colocados muy próximos entre sí. Se disponen dos pares de bobinas, actuando cada una sobre las extremidades de los imanes como in-

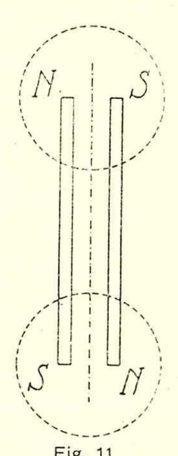


Fig. 11

dica la fig. 11; todo pasa entonces como si las bobinas obrasen sobre dos imanes muy cortos horizontales (*N S* arriba, *S N* abajo, fig. 11) que forman evidentemente un sistema astático. El momento magnético de los imanes cortos ficticios es muy grande, porque a causa de la gran longitud de los imanes reales empleados, el campo desmagnetizante es pequeño y las masas magnéticas en los extremos pueden ser importantes. Es de notar que cuando se obtiene el paralelismo absoluto de los imanes reales y del eje, el sistema es astático aún si los momentos magnéticos de los imanes no son iguales. Se concibe sin embargo que un paralelismo absoluto no es posible de obtener; se remedió esto en el galvanómetro de *Broca*.

Broca modificó un poco la disposición anterior, utilizando varillas imantadas con un polo consecuente en el centro y dos polos del mismo nombre en los extremos (fig. 12) Se puede entonces hacer astática separadamente cada una de las varillas, disponiendo convenientemente el polo consecuente; el paralelismo absoluto de las varillas no es ya necesario en estas condiciones. Se utiliza un solo par de bobinas que obran principalmente sobre el imán corto ficticio formado por los polos consecuentes colocados uno frente a otro y dispuestos en el centro de las bobinas.

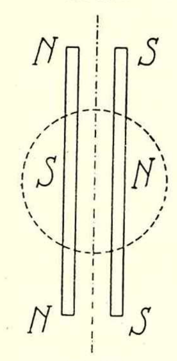


Fig 12

Los sistemas descritos, que permiten obtener una sensibilidad muy grande, presentan sin embargo la desventaja de poseer a igualdad de momento magnético, un momento de inercia más grande (y por consiguiente un período más largo) que el galvanómetro de *Lord Kelvin*.

11. Galvanómetro de Nernst.—El sistema astático y la bobina están dispuestos como en el galvanómetro *Nobili*; la originalidad del galvanómetro consiste en que se agrega al sistema astático principal M_1, M_2 un grupo de dos imanes auxiliares m_1 y m_2 que corrigen la imperfección del paralelismo, así como el defecto de igualdad de los momentos magnéticos de los imanes principales (fig. 13), siendo así el conjunto tan perfectamente astático como es posible. El

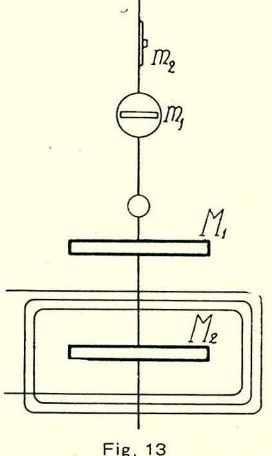


Fig. 13

campo director está producido por un imán permanente ; la estabilidad del cero es buena; sin embargo, a igualdad del período, la sensibilidad del aparato no es muy grande. El amortiguamiento por corrientes inducidas en la bobina es relativamente importante debido al valor elevado de M_1 G_1.

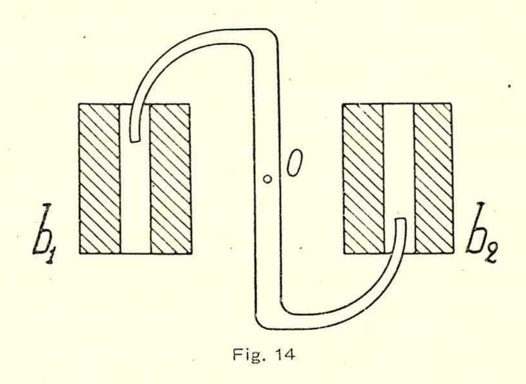


Fig. 14

El imán m_1 está dispuesto en el plano que contiene los ejes de los imanes M_1 y M_2 ; está soportado por un pequeño disco vertical de aluminio. El imán m_2, llevado igualmente por un pequeño disco de aluminio, está dispuesto en un plano vertical normal al que contiene m_1. Los dos imanes auxiliares se regulan haciendo girar los discos que los llevan en sus planos respectivos , de manera que su momento resultante sea practicamente igual y opuesto a M_r , momento resultante de M_1 y M_2.

Fig. 15

12. Galvanómetros de Rosenthal y de Gray. — *Rosenthal* dispuso horizontalmente un imán en Z (fig. 14), cuyos polos son aspirados por dos bobinas b_1 y b_2 . El sistema gira alrededor del eje *O*. La acción específica de las bobinas es particularmente fuerte, dada su disposición; además, la longitud relativamente considerable del imán permite dar a éste un momento magnético importante.

Un galvanómetro astático cuyo principio es análogo fué construído, en la misma época e independientemente, por *A.* y *T. Gray* (fig. 15). Dos imanes en forma de herradura, m_1 y m_2, están reunidos entre sí por una varilla curva de aluminio, y dispuestos en planos verticales paralelos de manera que sus polos, cuya línea es vertical, sean aspirados por las bobinas b_1 y b'_1 para uno y b_2 y b'_2 para el otro, produciendo así una rotación del conjunto. El campo director está regulado por un imán corrector, como de costumbre.

A. Gray indica que el aparato es susceptible de una sensibilidad práctica de 1.10^{-11} mA/mm ; sin embargo su período es largo.

CAPITULO II.

Galvanómetros de cuadro móvil para corriente continua.

1. Principio de los galvanómetros de cuadro móvil. — Se puede considerar el cuadro de suspensión bifilar de *Weber* como el aparato del que derivan los galvanómetros de cuadro móvil. Su principio es el siguiente: sea H_t la componente horizontal del campo terrestre, μ_o la permeabilidad del aire, S la superficie total del cuadro e I la corriente que lo recorre. El cuadro, dispuesto primitivamente de manera que su plano coincida con el del meridiano terrestre, va a girar un ángulo Θ hasta que el par director $C_d = C' \, sen \, \Theta$ equilibre al electromagnético $\mu_o \, H_t \, SI \cos \Theta$, de manera que

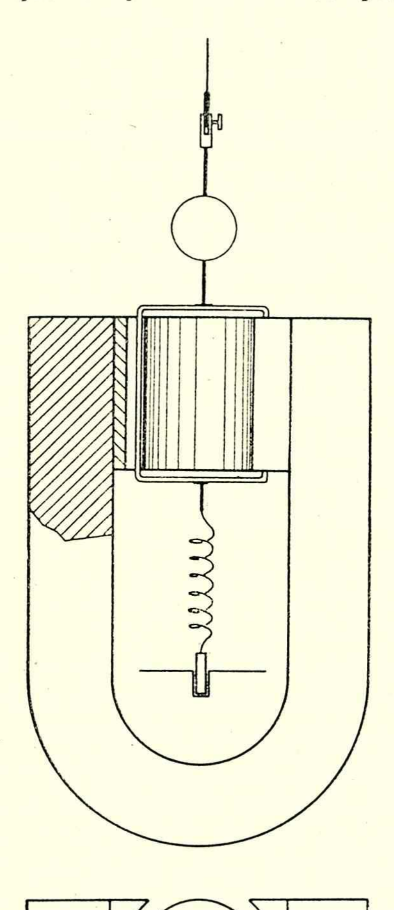
$$tg \, \Theta = \frac{\mu_o \, H_t \, S}{C'} \, I$$

Lord Kelvin, en su siphon - recorder para la recepción de las señales de la telegrafía submarina, empleó una bobina con núcleo coaxial de hierro, suspendida en el campo de un electroimán.

La forma ya clásica del galvanómetro de cuadro móvil, a saber, una bobina con núcleo coaxial de hierro, suspendida en el entrehierro de un imán permanente, se debe a *Deprez y d'Arsonval,* lo que justifica que el galvanómetro de cuadro móvil sea llamado a veces galvanómetro Deprez - d'Arsonval, o aún de d'Arsonval.

Se han construído sobre este principio galvanómetros cuya sensibilidad práctica en intensidad varía entre límites muy extensos, 10^{-4} a 10^{-11} mA/mm aproximadamente.

Los aparatos más sensibles ($\sim 10^{-7}$ — $\sim 10^{-11}$ mA/mm) son siempre de espejo, o sea de índice óptico; los menos sensibles ($\sim 10^{-4}$ — $\sim 10^{-7}$ mA/mm) son de aguja, o sea de índice mecánico. En estos últimos el cuadro está soportado a veces por pivotes y el par director está ejercido por resortes en espiral; en muchos aparatos menos sensibles, y siempre en los más sensibles, el cuadro está suspendido. La suspensión es unifilar, de manera que el par director es proporcional al ángulo de desviación: $C_d = C\,\Theta$, en vez de $C_d = C^{\prime}\,sen\,\Theta$ para la suspensión bifilar.



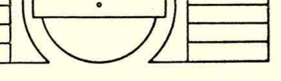


Fig. 1

Veamos ahora la expresión del par motor; supongamos primero que el campo H, en el que está suspendido el cuadro, sea uniforme; el flujo a través del cuadro, cuando su plano forma el ángulo Θ con la dirección del campo, es $\Phi = \Phi_o\,sen\,\Theta$, siendo $\Phi_o = \mu_o\,H\,S$.

Se dispone el cuadro de manera que su plano sea paralelo a las líneas de fuerza ($\Theta = 0$) cuando no está recorrido por ninguna corriente. Enviemos una corriente I al cuadro, que se desviará un ángulo Θ, siendo el par electromagnético

$$C_m = I\,\frac{d\Phi}{d\Theta} = \Phi_o\,I\,cos\,\Theta$$

El equilibrio tiene lugar cuando el par director $C_d = C\,\Theta$ equilibre al electromagnetico, o sea para

$$I = \frac{C}{\Phi_o}\,\frac{\Theta}{cos\,\Theta} \qquad (1)$$

o aún, si el ángulo Θ es lo suficientemente pequeño como para confundir $cos\,\Theta$ con la unidad

$$I = \frac{C}{\Phi_0} \Theta \qquad (2)$$

Supongamos ahora que se haya dado forma cilíndrica a las piezas polares del imán (fig. 1) y que se haya dispuesto entre estas piezas un núcleo coaxial de hierro, constituído por un cilindro o tubo cilíndrico. No solamente se aumenta así el valor del campo, sino que se obtiene, cuando el entrehierro es suficientemente pequeño (1 a 2 mm. generalmente), un campo radial de intensidad constante en un ángulo bastante grande, próximo a 45°, de una y otra parte del eje de los polos. Sean a y b respectivamente la longitud y el ancho de una espira, l la longitud de la espira en el campo (practicamente se toma $l = a$) y n el número de espiras del cuadro. El flujo cortado por el cuadro en una rotación de $d\Theta$ en la región del campo de intensidad constante es

$$d\,\Phi = \mu_0\, H\, l\, b\, n.\, d\,\Theta = \Phi_0\, d\,\Theta$$

haciendo

$$\Phi_0 = \mu_0\, H\, l\, b\, n \cong \mu_0\, H\, a\, b\, n$$

El par electromagnético es

$$C_m = I \frac{d\Phi}{d\Theta} = \Phi_0\, I$$

y la posición de equilibrio está definida por la ecuación

$$\Phi_0\, I = C\, \Theta \qquad \text{o sea} \qquad I = \frac{C}{\Phi_0} \Theta \qquad (2)$$

válida cualquiera que sea Θ, siempre que se permanezca en la región en que la intensidad del campo es constante. Este resultado es particularmente interesante para los aparatos industriales de desviación, en los que Θ es grande: la constancia de la relación $\frac{\Theta}{I}$ se traduce por la obtención de una escala uniforme. Se ve inmediatamente que la proporcionalidad de las desviaciones a las corrientes es mucho mejor en los galvanómetros de cuadro que en los de imán móvil (véase I, 6).

Otra ventaja del campo radial consiste en hacer la relación (2) válida cualquiera que sea la posición inicial del cuadro dentro del campo de intensidad constante, mientras que con el campo uniforme, aún para desviaciones lo suficientemente pequeñas como

para que se pueda hacer $\cos \Theta = 1$, no hay proporcionalidad entre Θ e I si el cuadro en reposo está desviado un ángulo β apreciable de la línea de los polos. Se tiene entonces, al enviar una corriente I

$$C_m = I \, \Phi_0 \cos(\beta \pm \Theta)$$

y la posición de equilibrio está definida por

$$I \, \Phi_0 \cos(\beta \pm \Theta) = C \, \Theta$$

de donde, haciendo $\cos \Theta = 1$ y $\operatorname{sen} \Theta = \Theta$

$$\Theta = \frac{I \, \Phi_0 \cos \beta}{C \pm I \, \Phi_0 \operatorname{sen} \beta} \qquad (3)$$

Finalmente el campo radial presenta la ventaja de liberar al aparato de un par director parásito debido a la acción del campo uniforme sobre las impurezas ferromagnéticas del cuadro, ya sea contenidas en el cobre (se empleará pues solamente el cobre electrolítico) o en el aislante, ya sea imprimidas en el cuadro durante su fabricación. Dicho par, según *White*, es proporcional a la masa del cuadro y a la raíz cuadrada de la intensidad del campo; su valor depende también de la desviación. La existencia de este par reduce particularmente el interés del aparato. En efecto, después de una desviación, el cero no es ya el mismo, pudiéndose notar el fenómeno de viscosidad; además, una modificación del campo, p. ej. con ayuda de un shunt magnético, desplaza el cero; en razón del fenómeno de histéresis magnética, la desviación para una corriente dada depende del valor anterior de la corriente; el decremento logarítmico aumenta con el campo (*Zeleny*). En un campo radial perfecto el par parásito desaparece evidentemente porque las líneas de fuerza pasan por el eje de rotación, y aunque tal campo sea irrealizable, los progresos de la construcción han sido suficientes para que el par parásito no tenga generalmente importancia práctica en los aparatos usuales. Cabe notar que el par ejercido sobre las impurezas magnéticas ha sido aprovechado por la casa Leeds - Northrup para construir un galvanómetro de muy alta sensibilidad en intensidad; gracias a una distribución conveniente de las líneas de fuerza del campo este par disminuye y no aumenta el par director de torsión.

2. Amortiguamiento. Ecuación de movimiento. — Sea R la re-

sistencia del cuadro, cuyo coeficiente de self-inducción despreciamos; la relación (19) del capítulo I, 7

$$K \frac{d^2 \Theta}{dt^2} + \left\{ A_o + \frac{1}{R} \left(\frac{d\Phi}{d\Theta} \right)^2 \right\} \frac{d\Theta}{dt} + C_d = I \frac{d\Phi}{d\Theta}$$

se aplica aquí ; si suponemos el campo radial, o sea $\frac{d\Phi}{d\Theta} = \Phi_o$ tendremos

$$K \frac{d^2 \Theta}{dt^2} + \left(A_o + \frac{\Phi_o{}^2}{R} \right) \frac{d\Theta}{dt} + C\Theta = \Phi_o I \tag{4}$$

La acción de las corrientes inducidas se traduce por un simple aumento de A_o, coeficiente de amortiguamiento en circuito abierto; A_o se debe a los frotamientos del aire y a la histéresis elástica, de la que el hilo no puede estar completamente exento, pero cuya importancia es generalmente pequeña. El amortiguamiento por corrientes inducidas, casi siempre despreciable en los galvanómetros de imán móvil, es en mucho el más importante en los galvanómetros de cuadro móvil.

Los resultados del estudio hecho en la publicación N.° 1 se aplican aquí con una aproximación muy superior a la obtenida en los galvanómetros de imán (I, 7).

Salvo en casos particulares, A_o es pequeño y el movimiento del cuadro en circuito abierto ($R = \infty$) es periódico. Obrando sobre el valor de R se obra sobre el amortiguamiento; la resistencia crítica R_c está dada por

$$A_o + \frac{\Phi_o{}^2}{R_c} = 2\sqrt{KC} \tag{5}$$

o sea

$$\alpha_o + \frac{\Phi_o{}^2}{2R_c\sqrt{KC}} = \alpha_c = 1 \tag{6}$$

Si A_o es muy pequeño, las lecturas en un circuito de resistencia elevada frente a la crítica son largas; se puede remediar esto agregando al cuadro una o más espiras en corto-circuito (ver también II, 9).

3. Imanes. — Se ve que la sensibilidad en intensidad

$$\frac{\Theta}{I} = \frac{\Phi_o}{C} = \frac{BS}{C} = \mu_o \frac{HS}{C}$$

será, a igualdad de otros factores, tanto mayor cuanto mayor sea

el campo magnético en el que se mueve el cuadro. Además, con un campo H intenso no es de temer la acción perturbadora de los campos magnéticos exteriores, tales como el terrestre o el debido a un conductor recorrido por una corriente importante y colocado en la vecindad del galvanómetro.

Además de presentar un fuerte magnetismo remanente, el imán del galvanómetro debe poseer una constancia de características en el tiempo tan perfecta como sea posible; su campo coercitivo debe pues ser importante, sin lo cual se arriesga que los campos parásitos disminuyan el magnetismo remanente de manera sensible. La constancia de las características magnéticas en el tiempo es afectada por variaciones de temperatura y factores tales como choques, vibraciones, campos magnéticos parásitos, etc., pero gracias a los progresos de la construcción se saben obtener hoy en día imanes notablemente constantes, lo que permite espaciar mucho las calibraciones de los aparatos. Los imanes para galvanómetros se construyen en acero especial, al tungsteno, o, más modernos, al cobalto, al nickel y aluminio y otros, sometidos a tratamientos térmicos convenientes de temple y envejecimiento.

El imán es generalmente en forma de U, con piezas polares, La determinación de sus dimensiones debe ser objeto de un estudio particular; limitemosnos a demostrar aquí que las dimensiones a elegir dependen esencialmente de las propiedades magnéticas del acero empleado. Sean L, S y l, s las longitudes y secciones del imán y del entrehierro respectivamente; supongamos despreciables las fugas y la reluctancia de las piezas polares de hierro dulce, se tiene entonces, designando por B y H_i la inducción y el campo en el imán, y por H el campo en el entrehierro

$$BS = \mu_o Hs \qquad (7)$$

y

$$H_i L + Hl = o \qquad (8)$$

de donde

$$B H_i LS = - \mu_o H^2 ls \qquad (9)$$

Vemos que a H, s y l dados, el volumen del imán será mínimo cuando el producto $B H_i$ sea máximo; ahora bien, $B = f (H_i)$ y los valores de B y H_i para los que $B H_i$ es máximo están perfectamente definidos para cada acero, y, fijadas s, l y H, lo están también L y S, pudiendo tener valores muy diferentes de una aleación a otra (*van Urk*). En realidad lo que precede no constituye más que una primera aproximación; por una parte es nece-

sario tener en cuenta las fugas, y por otra el hecho de que en razón de la presencia de las piezas polares y del núcleo coaxial del cuadro, la característica $B = f(H_i)$ no es más la parte del ciclo normal de histéresis relativa al segundo cuadrante, sino la curva media de un ciclo parcial en el mismo cuadrante; se consultarán utilmente los trabajos de *Picou* sobre el particular.

Hace algún tiempo, los imanes estaban constituídos por la reunión de varios imanes delgados de forma idéntica, con el fin de formar uno de espesor mayor (fig. 1); sin embargo, los progresos de la construcción han sido tales que, salvo para imanes de muy grandes dimensiones, tal disposición no presenta ventajas desde el punto de vista magnético (*Michel* y *Veyret*).

La inducción creada por los imanes permanentes en los galvanómetros de cuadro está generalmente comprendida entre 500 y 1500 gauss, raramente es mayor, aunque se pueden obtener valores muy superiores con imanes permanentes y valores mucho más elevados todavía, que pasan de 20000 gauss, utilizando electroimanes. El empleo de estos últimos crea sin embargo inconvenientes particulares, como ser la necesidad de una fuente especial de alimentación, las perturbaciones que puede causar el calor desprendido en las bobinas, las variaciones eventuales de la corriente de excitación, etc. En cambio los electroimanes tienen la ventaja de permitir la fácil regulación del campo entre extensos límites.

No se emplean campos muy fuertes por consideraciones sobre la resistencia crítica, que veremos más adelante, y porque la experiencia mostró que el cero del aparato es entonces menos estable, tanto menos cuanto mayor es el número de espiras del cuadro, observándose además un fenómeno marcado de viscosidad. La explicación de estas manifestaciones reside en la acción del par parásito, mencionado más arriba (II, 1), debido a las impurezas ferromagnéticas del cuadro, pues por más que se cuide la construcción no se podrá obtener que todas las líneas de fuerza pasen por el eje de rotación. El empleo de electroimanes en los aparatos basados en la acción del campo magnético sobre un circuito eléctrico queda así limitado a los casos en que el circuito se reduce a uno o dos hilos como p. ej. en el galvanómetro de cuerda.

La inducción varía con la temperatura, tanto más cuanto mayor es el coeficiente de desimantación; a las temperaturas de

laboratorio se puede admitir como término medio una disminución relativa de 2. 10^{-4} para un aumento de temperatura de 1° *C*.

Los imanes pueden estar dispuestos horizontalmente (fig. 7) o verticalmente (fig. 1, 9); a menudo están provistos de uu shunt magnético que permite regular la inducción en el entrehierro entre ciertos límites. Tal shunt se construye facilmente; la fig. 2 representa una de las realizaciones posibles, debida a la casa Siemens - Halske.

4. Par director. Suspensión. — Hay que distinguir aquí entre el cuadro suspendido y el soportado por pivotes; en el primer caso la suspensión puede ser libre o tensa.

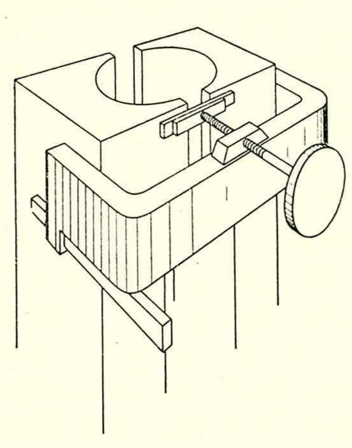


Fig. 2

a) *suspensión libre.* Es la empleada generalmente en los galvanómetro sensibles, a menos de casos particulares como ser galvanómetros para navíos. La suspensión libre requiere una nivelación cuidadosa, pero presenta sobre la tensa ciertas ventajas. En primer lugar la sección del hilo de suspensión puede ser más pequeña que en los aparatos con suspensión tensa, lo que, como veremos luego, se traduce por la posibilidad de un aumento de sensibilidad. Además, como es improbable que el centro de gravedad se encuentre exactamente sobre el eje de los hilos de suspensión si éstos son tensos, basta que los hilos no sean rigurosamente verticales para que el peso del cuadro ocasione un par parásito de rotación, variable con la nivelación.

El hilo de suspensión, o superior, puede existir solo; la corriente llega entonces al cuadro por dos hilos laterales muy finos, flojos, de plata u oro recocidos, dispuestos en forma de no producir par de torsión apreciable. Frecuentemente sin embargo se agrega un hilo inferior de suspensión que se enrolla en forma de resorte flojo en hélice, cuyo eje coincide con la dirección del hilo superior (fig. 1). La corriente llega entonces por los hilos superior e inferior, de los que solo el primero ejerce acción directora; el par debido al segundo es despreciable.

Los hilos que traen la corriente deben estar soldados al cuadro por una parte y al soporte por otra para evitar malos contactos. El empleo de conductores flojos permite la solución particularmente fácil del problema del bloqueo del órgano móvil, tan útil en el transporte; basta entonces levantar el cuadro apretándolo contra el núcleo de hierro.

La suspensión puede ser de bronce fosforoso, plata, wollaston, cobre, etc; el metal empleado no debe oxidarse ni ser magnético, y debe estar tan exento de torsión residual como sea posible, sin lo cual después de haber sido apartado de su posición de equilibrio no vuelve a ella exactamente, presentando un fenómeno de viscosidad. Este efecto es tanto más notable cuanto mayores son el peso del cuadro, la amplitud y la duración de la desviación, sumándose al efecto análogo, y frecuentemente mayor, debido a las impurezas ferromagnéticas del cuadro. Para eliminar la influencia de este fenómeno en una medida dada (*Zeleny*), se hace experimentar al galvanómetro, que debe ser lo suficientemente amortiguado como para que no haya oscilaciones propias importantes, una desviación preliminar superior a todas las que deben tener lugar más adelante en el curso de la medida, que tendrán que ser siempre del sentido de la desviación previa. Si el hilo de suspensión conduce la corriente, el pasaje de ésta no debe alterar sus propiedades elásticas, ni aún en el caso de una sobreintensidad de pequeña duración (caso de medidas balísticas).

El módulo de elasticidad a la torsión γ del hilo de suspensión disminuye cuando la temperatura aumenta, en proporciones variables con la naturaleza del metal; para el bronce fosforoso la disminución relativa es de alrededor de $4 \cdot 10^{-4}$ por $1°$ *C*. Cuando la temperatura varía, la sensibilidad en intensidad se encuentra así afectada por la variación de C por una parte y de H por otra; los dos efectos se compensan parcialmente. El coeficiente de temperatura resultante es esencialmente función del aparato. *Zeleny* y *Hovda* indican un coeficiente nulo para un aparato, $+ 2 \cdot 10^{-4}$ para otro.

La constante de torsión es:

1) para un hilo circular de diámetro d y longitud l

$$C = \gamma \frac{\pi d^4}{8 l} \qquad (10)$$

2) para un hilo de sección rectangular, de lados p y q

$$C = \gamma \frac{12\ k\, p^3\, q^3}{l\,(p^2 + q^2)} \qquad (11)$$

El coeficiente k es función de la relación $\frac{p}{q}$; se podrá tomar $k = 0{,}0234$ si $p = q$ y $k = 0{,}0260$ si $p = 8\,q$; para el bronce fosforoso $\gamma = \sim 4.\ 10^{-12}\ u.\ G = \sim 4.\ 10^{-11}\ CGS.$

La suspensión bifilar no se emplea casi nunca ; indiquemos sin embargo, para ser más completos, la expresión aproximada del par, válida cuando los hilos son suficientemente largos

$$C_d = \frac{P\,mn}{4\,l}\ sen\ \Theta \qquad (12)$$

donde m y n son las distancias entre los puntos de unión de los hilos de suspensión en la parte superior y en el cuadro, y P el peso del sistema móvil .

La construcción del aparato debe ser tal que se pueda regular el cero y que el cambio del hilo de suspensión sea lo más fácil posible, al menos en los aparatos usuales de laboratorio. En la fig. 3, que da el detalle de un posible dispositivo de suspensión, se ve que para desplazar el cero basta hacer girar la parte superior del sistema. El hilo de suspensión está soldado a una varilla sujeta con un tornillo dentro de la pieza móvil ; un dispositivo idéntico está previsto en la extremidad inferior del hilo (véase fig. 1), en su unión con el cuadro, de modo que el cambio del hilo se efectúa facilmente.

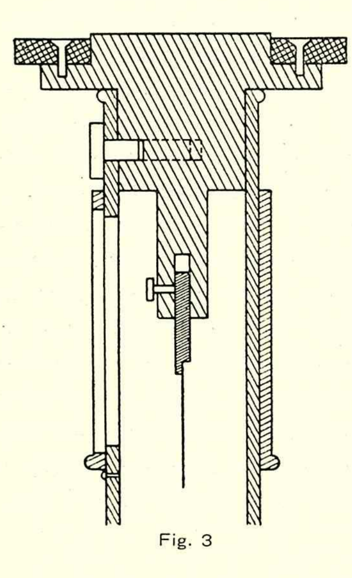


Fig. 3

¿Qué longitud y sección del hilo adoptar? Razones de comodidad fijan generalmente la longitud del hilo entre ~ 5 y ~ 12 cm., eligiéndose la sección de acuerdo con la sensibilidad deseada . La expresión de la sensibilidad en intensidad

$$S_i = \frac{\Theta}{I} = \frac{\Phi_0}{C}$$

parece demostrar que bastaría aumentar Φ_0 y disminuir suficientemente C para obtener una sensibilidad tan grande como sea posible, o sea para alcanzar el límite natural de la sensibilidad (véase III, 15); sin duda las posibilidades de empleo de tal aparato serían restringidas en razón del valor muy elevado de su resistencia crítica. En realidad no es generalmente posible llegar tan lejos, por lo menos en el estado actual de la construcción. En efecto, para aumentar Φ_0 hay que aumentar el número de espiras del cuadro, lo que hace a éste más pesado, y la inducción B; ahora bien, como lo notamos en II, 3, no hay interés en aumentar demasiado B cuando la masa del cuadro es importante. Además, para disminuir C es preciso disminuir la sección del hilo de suspensión, lo que está en contradicción con el aumento de peso del cuadro. Una simple comparación de las fórmulas (10) y (11) muestra entonces la ventaja de las cintas sobre los hilos de sección circular: a igualdad de sección la constante de torsión es inferior en las primeras, tanto más cuanto mayor es la relación $\frac{p}{q}$. La disminución de C tiende a aumentar el período ideal $T = 2\pi\sqrt{\frac{K}{C}}$; para que éste conserve un valor aceptable en los aparatos muy sensibles, es necesario disminuir lo más posible K. Hay que conciliar esta condición con la de aumentar el número de espiras del cuadro; será pues necesario construir el cuadro con un hilo tan fino como sea posible y darle la forma apropiada para que K sea mínimo; la cuestión será estudiada en el próximo parágrafo. El examen del momento de inercia del sistema móvil no siempre debe limitarse al estudio del cuadro; en los galvanómetros en que se busca el máximo de sensibilidad aparente, es necesario considerar también el espejo, problema que será tratado más adelante (III, 2).

La resistencia interna del aparato será elevada en razón de la pequeña sección del hilo de suspensión por una parte y de la gran longitud del hilo fino empleado para formar el cuadro por otra. La resistencia crítica será muy elevada a causa del gran valor de Φ_0 y del pequeño valor de C. Tal galvanómetro no podría emplearse en circuitos de resistencia pequeña; su amortiguamiento sería tan grande que las lecturas resultarían imposibles. Una solución consistiría en agregar en serie una resistencia suficiente como para dar al grado de amortiguamiento un valor aceptable; algunos galvanómetros traen esa resistencia,

cuyo valor es frecuentemente próximo al de la resistencia crítica R_c, colocada en el interior del aparato, que tiene entonces tres bornes (fig. 9) que permiten conectar el circuito exterior ya sea al cuadro solo, ya sea al cuadro con la resistencia en serie.

Sin embargo esa resistencia puede en ciertos casos reducir en tal forma la corriente en el aparato que la medida es imposible. Es necesario entonces modificar el principio de la elección de los elementos del galvanómetro, construyéndolo no ya para obtener una sensibilidad en intensidad lo más elevada posible, sino una sensibilidad en tensión elevada. Trataremos este punto en detalle en el capítulo siguiente (véase **III, 9, 10**), pero indiquemos desde ya que será entonces preciso obtener la resistencia crítica y la interior del galvanómetro tan pequeñas como sea posible. Para conciliar este resultado con la necesidad de adoptar un hilo de suspensión de sección muy pequeña, *Zernike* empleó un hilo de suspensión de cuarzo muy fino, mucho más resistente mecanicamente que cualquier hilo metálico; la corriente se conduce por bandas de oro recocidas que no aumentan el par de torsión más que en 10 °/₀ aproximadamente (casa Kipp).

La constante de torsión desciende raramente por debajo de $1 . 10^{-9}$ *u. G.* o sea $1 . 10^{-2}$ *C. G. S.*

Hasta el momento hemos supuesto el par director debido solamente a la torsión, que es lo que ocurre casi siempre. No obstante, se podrían también utilizar los efectos de la gravedad o de la acción magnética. Así p. ej. *Reinganum* trató de aumentar la sensibilidad agregando al sistema móvil una aguja imantada, colocada en forma de no estar sometida a la acción del imán. Se orientaba el aparato de manera que el par ejercido por el campo terrestre sobre la aguja se restase del par de torsión. El dispositivo no presenta interés, el cero es poco estable. Ya hemos mencionado el procedimiento Leeds-Northrup, en el que el par magnético que viene a disminuir el par de torsión se debe a la acción del campo del imán convenientemente dispersado sobre las impurezas ferromagnéticas del cuadro. En el galvanómetro *Moll* de alta sensibilidad en tensión, fabricado por la casa Kipp, la disminución del par director se obtiene por la acción del campo sobre una sustancia paramagnética colocada en el cuadro móvil. Observemos que se puede también producir un par director electromagnético gracias al dispositivo de los cuadros perpendiculares, del que hablaremos más adelante en **II, 7**.

b) *suspensión tensa*. Se emplean frecuentemente galvanómetros de cuadro suspendido portátiles (fig. 10), de uso simple y cómodo, de índice de longitud constante, ya sea óptico de pequeña longitud, ya sea mecánico (ver también III, 5). La suspensión, relativamente corta, es tensa; se evita así la necesidad de tener que nivelar el aparato. El par director es mayor que en los galvanómetros de suspensión libre; la sensibilidad es pues inferior, pero muy suficiente para muchas medidas.

c) *pivotes*. En los galvanómetros portátiles de sensibilidad menor, cuyo par director es suficientemente fuerte, se soporta a menudo el cuadro por medio de pivotes. Los resortes en espiral que producen el par sirven al mismo tiempo de conductores de llegada de la corriente. Estos aparatos, cuyo cuadro contiene gran número de espiras, son particularmente sensibles a la acción de la temperatura, porque generalmente no se preve ningún dispositivo de compensación, como ocurre en los aparatos industriales de cuadro de precisión, graduados directamente. A causa de los frotamientos, del desgaste de las puntas y del error por inclinación del eje debido al juego que hay que dejar inevitablemente, la exactitud de estos aparatos es inferior a la de los que tienen el cuadro suspendido, pero es suficiente en muchos casos. Estos galvanómetros sirven generalmente de aparatos de cero.

El período de los aparatos portátiles de cuadro suspendido o soportado por pivotes es generalmente corto, con el fin de permitir medidas rápidas.

5. **Cuadro móvil. La mejor forma a adoptar.** — *Mather* buscó la forma que habría que dar al cuadro para que éste presente, a igualdad de par motor, $\Phi_0 I$, el mínimo de momento de inercia, y por lo tanto, período y duración de observación lo menores posible a igualdad de sensibilidad en intensidad y de amortiguamiento. Sea B la inducción del campo magnético, supuesto uniforme; designemos por A la traza de un elemento de conductor de longitud l, dispuesto en el campo normalmente al plano de la figura y recorrido por una corriente I; sea 0 la traza del eje de rotación, paralelo al elemento l; pongamos $\varrho = 0A$ y llamemos α al ángulo hecho por 0 A con el vector inducción (fig 4). La fuerza que se ejerce sobre el conductor, normal a éste y al campo, es $f = B\,l\,I$; el par de rotación que produce es $C_m = f\,\varrho \cos \alpha$. El momento de inercia del conductor respecto al eje de rotación es $K = m\,l\,\varrho^2$, siendo m el

producto de la sección por la densidad del hilo. El par unitario dividido por el momento de inercia es

$$\frac{\Phi_0 I}{K} = \frac{B l I \rho \cos \alpha}{m l \rho^2} = \frac{B I}{m} \frac{\cos \alpha}{\rho}$$

La curva $\frac{\cos \alpha}{\rho} = Cte$, representa dos circunferencias tangentes en 0 que tienen la línea de los centros en la dirección de B. Es en efecto evidente que el razonamiento hecho para el conductor A se aplica al conductor A', simétrico del anterior con relación al eje 0 de rotación y que sirve de conductor de retorno. El cálculo no tiene en cuenta la parte aproximadamente horizontal de la espira, que une los dos conductores, y cuya influencia es pequeña si la longitud del cuadro es grande respecto a su ancho. Las dos circunferencias $\frac{\cos \alpha}{\rho} = Cte$ definen pues la mejor sección a dar al cuadro para obtener el mínimo de momento de inercia a igualdad de acción: en efecto, si un volumen igual de conductores está contenido en el interior de un contorno diferente de $\frac{\cos \alpha}{\rho} = Cte$, todos los conductores que se encuentran en el exterior de las circunferencias tienen una acción específica inferior a la que tendrían si estuviesen colocados en el interior. Tal cuadro (fig. 5) es de construcción bastante difícil y tiene el inconveniente de no permitir la colocación del núcleo de hierro; ha sido utilizado por *Ayrton* y *Mather*, pero su empleo no se extendió.

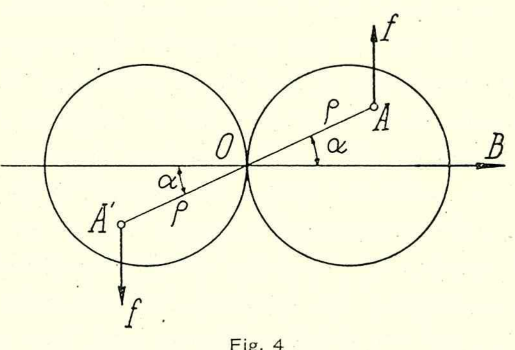
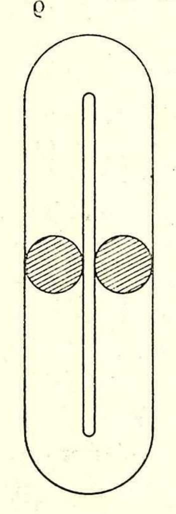


Fig. 4


Fig. 5

Generalmente el cuadro es rectangular: sean n el número de espiras, r el radio del hilo, δ la densidad, a, b, c las dimensiones del cuadro (fig. 6).

A perímetro igual la sección S de una espira es máxima cuando $a = b$; el flujo Φ_0 y la sensibilidad en intensidad (a C constante) son entonces máximas. Pero lo que buscamos es el máximo de sensibilidad a período ideal constante, o si se prefiere, el mínimo de período ideal a sensibilidad constante. Al disminuir el ancho de la espira disminuimos la sección $S = ab$ y por consiguiente el flujo $\Phi_0 = B\,ab$, pero la disminución simultánea de K es más importante, de modo que al reducir C en la misma proporción que K para conservar T_0 constante, en definitiva la sensibilidad se encuentra aumentada. El criterio es pues el cociente $\frac{\Phi_0}{K}$ o sea $\frac{S}{K}$.

El momento de inercia del cuadro es

$$K = \pi r^2 n \delta \left\{ \frac{a c^2}{6} + \frac{a b^2}{2} + \frac{b}{6} (b^2 + c^2) \right\}$$

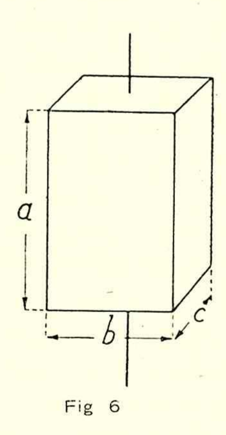


Fig 6

Si despreciamos c^2 frente a b^2

$$K \cong \frac{\pi r^2 n \delta}{2} \left(a b^2 + \frac{b^3}{3} \right)$$

El cociente $\frac{S}{K}$ es

$$\frac{S}{K} = \frac{2}{\pi r^2 \delta} \cdot \frac{1}{b\left(1 + \frac{b}{3a}\right)}$$

Para aumentarlo hay interés en aumentar a y reducir b: cuando se busca el mínimo de momento de inercia a igualdad de acción se adopta un cuadro largo y estrecho. El aumento de longitud del cuadro se ve limitado por las dificultades de construcción del imán y de centrado del cuadro en el entrehierro. Desde este último punto de vista, se debe una solución particularmente elegante a *Moll*, que no suspende el cuadro sino que lo apreta entre dos hilos tensos, construyendo así un galvanómetro en que $\frac{a}{b} \cong 9$, de período corto y de cero muy estable. En el caso en que no haya interés en realizar un período particularmente corto, se emplean cuadros cuyo ancho no es muy inferior a la longitud ($\frac{a}{b}$ comprendido entre $\sim 1{,}25$ y ~ 3). En el caso particular del

galvanómetro balístico, en el que, como veremos, se busca un período grande, se emplean a veces cuadros cuyo ancho es grande respecto a la longitud ($\frac{a}{b} \cong 0,4$, casa Carpentier) .

Generalmente, en los aparatos sensibles, el cuadro no tiene soporte: la solidez mecánica se obtiene gracias a los barnices; en algunos modelos, se emplean soportes muy ligeros. El soporte podría ser total o parcialmente metálico si se quisiera un amortiguamiento electromagnético suplementario intenso y constante.

Se emplea a veces un cuadro móvil circular; el cilindro de hierro dulce se reemplaza por una esfera, pero los polos de los imanes, por razones de facilidad de construcción, están trabajados en forma cilíndrica (fig. 7, galvanómetro Cambridge con la cubierta levantada).

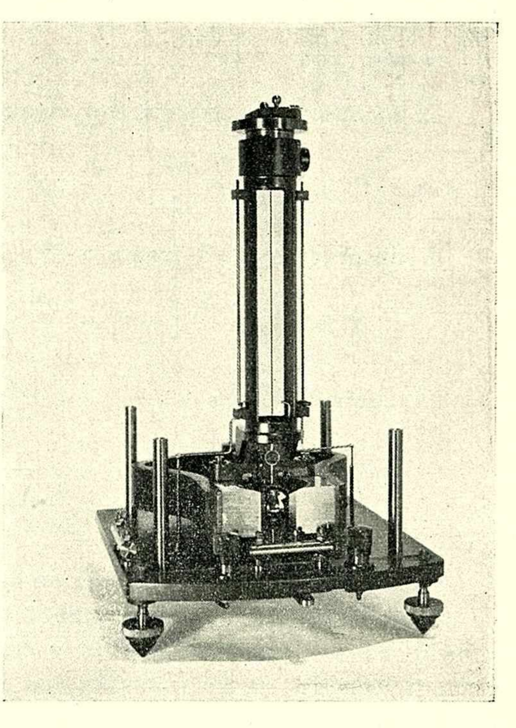
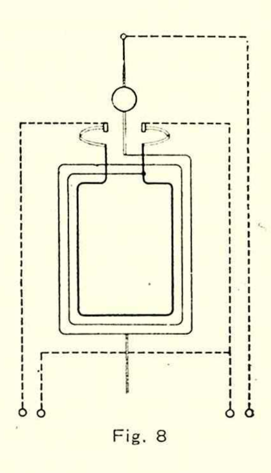


Fig. 7

La resistencia del cuadro aumenta evidentemente con la temperatura. Salvo casos particulares (*Coley*), el circuito del cuadro no es monometálico; para reducir las perturbaciones termoeléctricas se adopta a menudo el hilo de suspensión de cobre. Es importante darse cuenta del efecto termoeléctrico observando el desplazamiento del cero en un circuito de medida cerrado después de haber reemplazado las fuentes por resistencias equivalentes. Se puede eliminar la influencia del efecto termoeléctrico midiendo las desviaciones a partir del falso cero, o aún, siempre que el galvanómetro no presente el fenómeno de desplazamiento del cero, invirtiendo la corriente en el galvanómetro y haciendo el promedio de las desviaciones en los dos sentidos.

6. Cuadros de dos enrollamientos. — Ciertas casas construyen

galvanómetros cuyo cuadro tiene dos enrollamientos, con número de espiras y diámetros de hilo diferentes. Se dispone así de dos sensibilidades, de las que generalmente una es grande en intensidad y la otra en tensión, sin que haya que cambiar de cuadro; por otra parte el enrollamiento no utilizado puede cerrarse sobre una resistencia de valor apropiado, lo que permite regular el amortiguamiento. En el caso del cuadro de dos enrollamientos representado en la fig. 8, la suspensión es de un solo hilo, que lleva la corriente al enrollamiento de hilo más fino; la llegada de la corriente al enrollamiento en hilo de diámetro mayor, lo mismo que el retorno de la corriente, que es común a los dos enrollamientos, se hace por hilos flexibles, p. ej. de plata recocida, que no ejercen acción apreciable sobre el cuadro. Examinaremos en el capítulo III, el caso de los cuadros de galvanómetros diferenciales, en los que los dos enrollamientos son tan idénticos como es posible.


Fig. 8

7. Cuadros perpendiculares. — Se puede crear un par director electromagnético regulable agregando al sistema móvil un segundo cuadro, normal al primero y colocado sea en el mismo campo magnético, sea en un campo independiente, creado por un segundo imán o electroimán, pero cuya línea de polos sea paralela a la del primero. En reposo, el plano del segundo cuadro es normal a las líneas de fuerza del campo, que, para fijar las ideas, supondremos uniforme; sea Φ'_0 el flujo total que lo atraviesa. Cuando se envía una corriente i de sentido conveniente al segundo cuadro, éste se encuentra en la posición de equilibrio estable y a una desviación del sistema móvil de un ángulo Θ, corresponde un par director

$$i \frac{d\Phi}{d\Theta} = \Phi'_0 \, i \, sen\, \Theta \cong \Phi'_0 \, i \, \Theta$$

si el ángulo Θ es suficientemente pequeño. El inconveniente del dispositivo, en lo que concierne a los galvanómetros, reside en la complicación de la construcción y el aumento del momento de inercia; la ventaja consiste en una regulación fácil y a distancia del par director, por una simple modificación de la corriente i.

El sistema no presenta interés en los galvanómetros para corriente continua, pero recibe cierto número de aplicaciones en otros aparatos de medidas eléctricas; veremos una en otro lugar al describir el galvanómetro de resonancia de *Vuylsteke*.

8. Intercambiabilidad de diversas partes del galvanómetro. — Las características de un galvanómetro que mejor convienen para un ensayo dado varían con la naturaleza de este ensayo. Discutiremos en detalle esta importante cuestión en el capítulo siguiente, pero dicho esto se concibe que un laboratorio bien equipado debe disponer de una serie de aparatos que abarque toda la gama de características necesaria, lo que ocasiona gastos bastante importantes. Es evidentemente ventajoso poder regular las características (sensibilidad, período, resistencia crítica, etc.) de un galvanómetro sin tener que cambiarlo totalmente: en el caso de los galvanómetros de imán móvil se obra sobre la posición del imán director y se cambian las bobinas; en el caso del galvanómetro de cuadro móvil una solución está dada por el empleo del shunt magnético, y por los cuadros de dos enrollamientos, pero puede ser insuficiente.

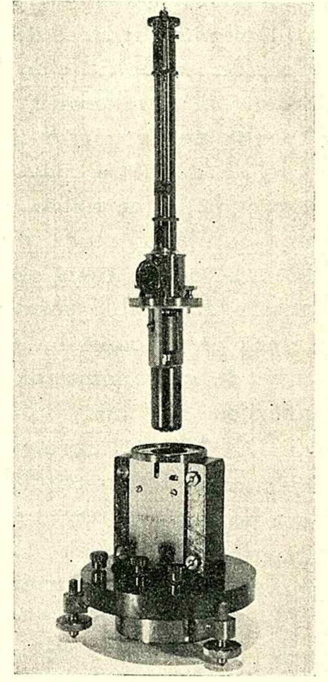


Fig. 9

De ahí resulta que los fabricantes han construído en muchos modelos los aparatos de cuadro de modo tal que el que los usa pueda, con cierta facilidad, cambiar la suspensión (II, 4), el cuadro, o aún todo el sistema móvil, ubicado a este efecto en un tubo desmontable; se aprovecha así el mismo soporte, comprendido el imán del aparato. La fig 9 representa un galvanómetro Siemens & Halske con el tubo fuera del soporte; la fig. 10 un aparato portátil de aguja Leeds-Northrup.

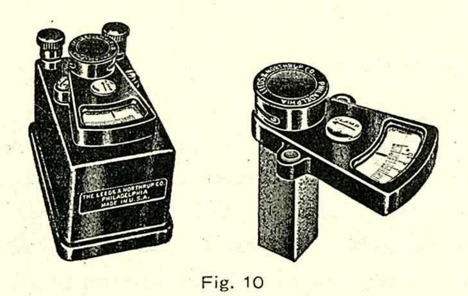


Fig. 10

9. Regulación de las constantes del galvanómetro de cuadro.— Hagamos un resumen de los medios de que se dispone para, sin cambiar de cuadro, adaptar mejor un aparato a un caso particular. Es posible obrar sobre:

1) el flujo Φ_0, modificando la inducción en el entrehierro B, con ayuda de un shunt magnético, o excepcionalmente, cambiando de imán, o aún, si se trabaja con un electroimán (caso muy raro en los galvanómetros de corriente continua) haciendo variar la corriente de excitación de éste

2) la constante de torsión C, cambiando de hilo de suspensión

3) el coeficiente de amortiguamiento en circuito abierto A_0, agregando al cuadro algunas espiras de hilo muy fino en corto-circuito. De la relación (5) se deduce

$$R_c = \frac{\Phi_0^{\ 2}}{2\sqrt{KC} - A_0} = \frac{\Phi_0^{\ 2}}{2\sqrt{KC}(1 - \alpha_0)} \qquad (13)$$

de modo que el valor de R_c aumenta ligeramente con A_0. El aumento del momento de inercia debido al agregado de espiras es en general poco importante; su acción sobre R_c tiende a compensar la del aumento de A_0

4) el momento de inercia K, fijando sobre el cuadro o el hilo de suspensión un cuerpo adicional elegido generalmente de manera que su momento de inercia propio sea calculable.

Frecuentemente es necesario obrar no sobre uno cualquiera de estos factores, sino sobre varios de ellos, para modificar una magnitud característica, p. ej. la sensibilidad, manteniendo constante otra, p. ej. el período ideal o la resistencia crítica. Veamos un caso determinado. Sea un galvanómetro que se encuentra en condiciones de amortiguamiento crítico, cuya sensibilidad se quiere aumentar. Se puede obtener este resultado aumentando el flujo, p. ej. por acción sobre el shunt magnético, sin hablar del cambio del imán, o también disminuyendo C, cambiando el hilo de suspensión; en ambos casos, como lo demuestra la relación (13), la resistencia crítica aumenta y deja de ser igual a la resistencia del circuito, quedando el galvanómetro demasiado amortiguado. Pero obrando sobre dos factores se puede obtener un aumento de sensibilidad sin que R_c cambie. Supongamos para simplificar que A_0 sea despreciable y disminuyamos p. ej. C 4 veces:

la sensibilidad aumenta 4 y R_c 2 veces. Disminuyamos ahora el flujo a 0,7 de su valor: R_c vuelve a su valor anterior, mientras que la sensibilidad disminuye 0,7 veces, lo que da un aumento definitivo de sensibilidad de 2,8 veces.

El período ideal del aparato aumenta evidentemente 2 veces, de acuerdo con la expresión

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{K}{C}}$$

Estas consideraciones bastan para dar una idea de como se debe obrar sobre los diferentes factores de acuerdo con el fin perseguido.

Observemos finalmente que muy frecuentemente se reduce la desviación de un galvanómetro mediante resistencias convenientemente elegidas que se agregan en serie o paralelo con el aparato; tal modificación del circuito equivale a una disminución de la sensibilidad del galvanómetro; su empleo no es evidentemente particular a los galvanómetros de cuadro móvil; lo estudiaremos en detalle en el capítulo siguiente (III 13, 14).

CAPITULO III.

Los galvanómetros de imán y cuadro móvil para corriente continua (continuación).

1. Lectura de las desviaciones en los galvanómetros de espejo con escala independiente. — La expresión $\frac{\Theta}{I}$ de la sensibilidad de un galvanómetro no es la corrientemente usada, porque lo que se obtiene directamente no es el ángulo Θ sino el desplazamiento d de un índice. Practicamente, en las diferentes definiciones de la sensibilidad se hace intervenir d, y es necesario buscar la relación entre Θ y d, que en los galvanómetros de espejo, provistos de escala independiente, y en los aparatos de lectura con microscopio, puede variar, entre ciertos límites, al gusto del observador. Hablaremos en III 4 de los aparatos de lectura con microscopio, examinando primero el caso de los galvanómetros de espejo.

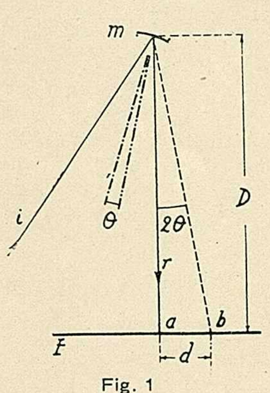


Fig. 1

Se conoce el principio del método de *Gauss - Poggendorf*. Sea D la distancia de la escala E al espejo m (fig. 1), fijo al sistema móvil del galvanómetro. El espejo refleja sobre la escala un spot, es decir, la imagen de una estrecha hendidura luminosa, o la de una hendidura ancha provista de un hilo fino que sirve de referencia. El espejo puede ser cóncavo, dando una imagen real, si

la observación se hace sobre una escala, o plano, si la lectura de las desviaciones se hace con ayuda de un anteojo; se puede evidentemente adaptar un galvanómetro de espejo plano para efectuar lecturas sobre una escala, agregándole una lente convergente.

Sea i el rayo incidente enviado por la fuente luminosa, cuando el galvanómetro está en cero, el spot se encuentra en a sobre la escala E, que debe estar colocada normalmente al rayo reflejado r (fig. 1). Cuando el espejo gira un ángulo Θ, permaneciendo fijo el rayo incidente, el rayo reflejado gira un ángulo 2Θ, el spot va a b. Si la regla, como ocurre a veces, tiene la forma de un arco de circunferencia cuyo centro es el punto de incidencia del rayo en el espejo, la desviación del spot, d, leída sobre la regla, es

$$d = 2\,D\,\Theta \qquad \text{de donde} \qquad \Theta = \frac{d}{2\,D} \qquad (1)$$

Pero generalmente la regla es recta (fig. 1), de manera que se tiene

$$d = D\,tg\,2\,\Theta \qquad (2)$$

de donde resulta

$$\Theta = \frac{1}{2}\,arc\,tg\,\frac{d}{D} = \frac{d}{2\,D}\left(1 - \frac{1}{3}\,\frac{d^2}{D^2} + \frac{1}{5}\,\frac{d^4}{D^4} - \ldots\ldots\right) \qquad (3)$$

Supongamos el ángulo Θ lo suficientemente pequeño como para que se pueda limitar el desarrollo a su primer término; resulta entonces

$$\Theta = \frac{d}{2\,D} \qquad (1)$$

y si, como ocurre con frecuencia, se expresa d en milímetros y D en metros

$$\Theta = \frac{d_{mm}}{2000\,D_m} \qquad (1a)$$

2. Sensibilidad aparente en intensidad. Distancia máxima del espejo a la escala. Elección del espejo. — Para el mismo valor I de la corriente, y por consiguiente de Θ, d crece proporcionalmente a D, lo que permite, aumentando D, medir con el mismo aparato corrientes más pequeñas. Se puede así definir la sensibilidad en intensidad que llamaremos "aparente"

$$S_{api} = \frac{d}{I} \qquad (5)$$

Su valor crece proporcionalmente a D. Esta magnitud es la que generalmente interesa cuando D permanece constante en el curso de varias medidas efectuadas con el mismo aparato. Pero si D varía en el curso de las medidas, o aún si se quieren comparar racionalmente entre sí las desviaciones que se obtendrían para la misma corriente con aparatos distintos, es necesario referir los valores de S_{api} a un mismo valor D_1 de D. En general D_1 es igual a 1 m.; se define así $\frac{d}{D_1 I}$ (o su inversa) como la sensibilidad en intensidad, que, para evitar confusiones, llamaremos "práctica"; esta magnitud, que será precisada en **III,6**, representa, a menos de un coeficiente numérico constante, $\frac{\Theta}{I}$, y caracteriza realmente la sensibilidad del galvanómetro, aunque no completamente. Se puede en efecto, en algún caso particular, querer aumentar la sensibilidad aparente de un aparato aumentando D; cabe preguntarse cual es el valor máximo que se podrá alcanzar, valor que por supuesto puede ser distinto para dos aparatos que tienen la misma sensibilidad práctica. El problema consiste en determinar el valor máximo que se puede dar a la distancia D. Para eso observemos que el espejo no da una imagen con bordes netos, sino una mancha de difracción; la forma de la repartición de la iluminación E está representada en la fig. 2. Sea a el ancho de la banda central; la teoría de la difracción da, siendo λ la longitud de onda:

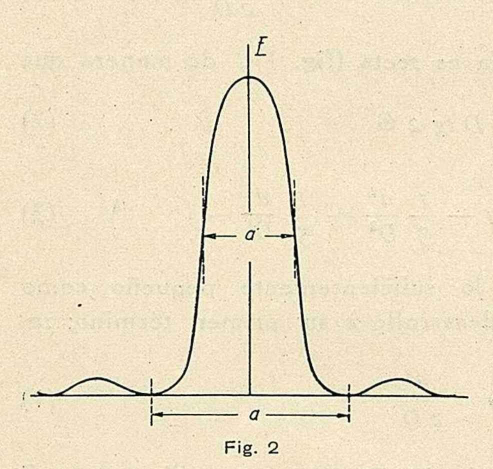


Fig. 2

$$a = \frac{2\,D\lambda}{c} \qquad (6)$$

si el espejo es rectangular de ancho c, o

$$a = \frac{2{,}44\,D\,\lambda}{\delta} \qquad (7)$$

si el espejo es circular de diámetro δ.

El ancho del spot, a causa de la forma de la curva de distribución de la iluminación, parecerá al ojo igual a $a' < a$, estando a' bastante mal definido; de ahí resulta una falta de certeza en la determinación visual de la posición del spot, tanto más grande cuanto mayor es a; se admite en la práctica que si $a = 1$ mm. la posición del spot no puede definirse sino con una precisión de 0,2 mm. Inversamente, para poder apreciar una desviación $d = 0,2$ mm., a no debe sobrepasar 1 mm., o sea, admitiendo como promedio $\lambda = 5 . 10^{-5}$ cm., la distancia D no debe sobrepasar

$$D_{max} = \frac{c\,a}{2\lambda} \cong 1000\,c \qquad (8)$$

o

$$D_{max} = \frac{\delta\,a}{2{,}44\,\lambda} \cong 800\,\delta \qquad (9)$$

según que el espejo sea rectangular o circular, estando c y δ expresadas en centímetros. Así, para $\delta = 1$ cm., $D_{max} = 8$ m. Pero colocar la escala a tal distancia presenta varios inconvenientes. Abstracción hecha del excesivo espacio ocupado, hay que considerar el problema del brillo del spot, que varía en razón inversa de D^2, y si bien el brillo es en general ampliamente suficiente cuando la escala se coloca a un metro de distancia (caso usual), no lo es más cuando la distancia es D_{max}, salvo si se estudian especialmente las condiciones de lectura. Es de notar que el brillo del spot es también proporcional a la superficie del espejo, al menos si éste queda enteramente iluminado. Finalmente, al aumentar las dimensiones del espejo con el fin de aumentar D_{max}, se aumenta el momento de inercia del órgano móvil y por consiguiente el período. Ahora bien, el período no debe ser superior a un cierto valor, que depende de la clase de las medidas que se quieren efectuar, y es fácil ver que a igualdad de período existe una dimensión óptima del espejo en vista de la obtención de la sensibilidad aparente máxima (*Volkmann*).

La sensibilidad en intensidad de un galvanómetro de cuadro móvil, es

$$\frac{\Theta}{I} = \frac{g}{c} \qquad (10)$$

En el galvanómetro de cuadro móvil de campo radial $g = \Phi_0$; en el galvanómetro de imán móvil, las expresiones de g y C dependen del tipo del aparato; así p. ej. en el galvanómetro de *Lord Kelvin*, $g = 2\,M\,G$ y $C = M_r\,H_d$.

La sensibilidad aparente, con $D = D_{max}$, se escribe

$$S_{api} = \frac{d}{I} = \frac{2 D_{max} g}{C} = \frac{T_o{}^2 g}{2 \pi^2} \frac{D_{max}}{K} \qquad (11)$$

teniendo en cuenta que $T_o = 2\pi \sqrt{\frac{K}{C}}$.

Si queremos mantener $T_o = C^{te}$ al cambiar de espejo, lo que modifica K, tendremos que modificar el par director unitario C. K comprende el momento de inercia del espejo, K_e y el de la parte restante del órgano móvil, K_o; solo K_e varía. Si suponemos, para fijar las ideas, el espejo circular, de espesor e muy pequeño, pegado en tal forma que se pueda admitir que su eje coincida con el hilo de suspensión, tendremos

$$K_e = A\, \delta^4\, e$$

siendo A una constante. Por otra parte D_{max} es proporcional a δ, de modo que la relación (11) se transforma en

$$S_{api} = C^{te} \frac{\delta}{K_o + A\,\delta^4 e} \qquad (12)$$

Si suponemos e proporcional a δ, es inmediato ver que S_{api} es máxima para $K_e = A\,\delta^4 e = \frac{K_o}{4}$; en cambio si el espesor de una serie de espejos de diferentes diámetros fuese constante, S_{api} sería máxima para $K_e = \frac{K_o}{3}$.

3. Galvanómetros de espejo con amplificación óptica. — Los inconvenientes del excesivo espacio ocupado y de la iluminación deficiente del spot cuando $D = D_{max}$ se pueden evitar gracias a procedimientos ópticos de amplificación, que vamos a recordar rapidamente.

a) *Amplificación por reflexiones múltiples entre el espejo móvil y un espejo (o prisma de reflexión total) fijo.* Si se quiere que el rayo incidente, paralelo al espejo fijo m_f, vuelva sobre sí mismo después de n reflexiones sobre el espejo móvil m (o sea después de $2n - 1$ reflexiones en total), se dará al ángulo de los dos espejos el valor $\beta = \frac{\pi}{2n}$; en particular, si $n = 2$, $\beta = \frac{\pi}{4}$ (fig. 3). Se ve inmediatamente que a una rotación Θ del espejo móvil corresponde una rotación $2n\Theta$ del último rayo reflejado; la amplifica-

ción es pues igual a n. Por este procedimiento se puede aumentar la sensibilidad aparente más allá de los límites impuestos por la difracción en el caso de una reflexión única, pero es inmediato ver que por este camino no se puede ir muy lejos. En efecto, por el hecho de la inclinación del espejo respecto a los rayos incidentes, su ancho aparente disminuye, haciéndose igual a $c \operatorname{sen} \beta$ en lugar de c, de manera que si D_{max} es la mayor distancia cuando el espejo es normal a los rayos incidentes, inclinándolo $\beta = \frac{\pi}{2n}$ no se puede colocar la escala más que a

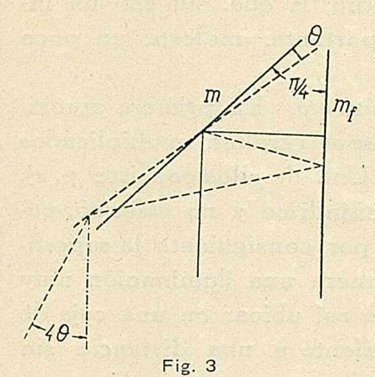


Fig. 3

$$D'_{max} = D_{max} \operatorname{sen} \frac{\pi}{2n} \qquad (13)$$

Supongamos pues la escala a esta distancia y agreguemos el espejo fijo: la desviación se convierte en

$$d' = 2\, n\, \Theta\, D'_{max} = 2\, \Theta\, D_{max}\, n \operatorname{sen} \frac{\pi}{2n}$$

confundiendo el arco y la tangente. Sin amplificador, la distancia sería D_{max} y la desviación $d = 2\, \Theta\, D_{max}$, de manera que la amplificación es

$$\frac{d'}{d} = n \operatorname{sen} \frac{\pi}{2n} \qquad (14)$$

Para $n = 2$, $D'_{max} = 0{,}71\, D_{max}$ y $\frac{d'}{d} = 1{,}41$; aumentando n, D'_{max} disminuye en forma apreciable, pero d' aumenta muy poco; hay que observar también que un gran número de reflexiones no es posible a causa de la difusión y absorción de los espejos. En realidad el cálculo hecho no es más que una aproximación; la abertura aparente varía con la desviación; es de notar que los dos espejos no pueden aproximarse hasta tocarse,ya que el espejo móvil debe poder girar en los dos sentidos.

Se puede también utilizar el sistema en que el espejo fijo es paralelo al móvil en reposo; la salida del rayo se hace del lado opuesto al de la entrada. Se reduce así D'_{max}, pero d' disminuye

un poco. Si γ es el ángulo de entrada (fig. 4), la abertura útil es $\frac{c}{n} \cos \gamma$, y resulta

$$D'_{max} = D_{max} \frac{\cos \gamma}{n} \qquad (15)$$

y

$$d' = 2 n \Theta D'_{max} = 2 \Theta D_{max} \cos \gamma = d \cos \gamma \qquad (16)$$

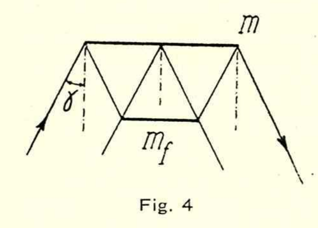


Fig. 4

En lugar de espejo *White* se sirvió de un prisma de reflexión total con arista horizontal, que permite duplicar la desviación horizontal y anular la oscilación parásita vertical del cuadro, la que, sin ser un inconveniente importante, molesta un poco en la lectura.

b) *Amplificación por sistemas de aumento.* En primera aproximación la desviación y el ancho del spot resultan multiplicados por el aumento del sistema empleado. Uno de ellos consiste p. ej. en un espejo convexo, que se elegirá cilíndrico y no esférico, para limitar la amplificación en altura y por consiguiente la superficie de la imagen; se obtiene de esta manera una iluminación muy satisfactoria. *Dubar* indica que se puede así ubicar en una caja de 0,35 m. de longitud un conjunto equivalente a una distancia sin dispositivo de amplificación igual a 5 m.

De lo que precede, se podría deducir que admitiendo un período suficientemente largo y aumentando las dimensiones del espejo se podría aumentar considerablemente D_{max}, es decir, revelar corrientes cada vez menores. Pero no es así; como veremos más adelante (III, 15), el cero del galvanómetro es siempre *naturalmente inestable*, y como las fluctuaciones están amplificadas al mismo tiempo que la desviación debida a la corriente a revelar, es necesario que esta última sea suficientemente importante para que la medida sea segura.

La amplificación de las desviaciones puede también ser mecánica. El espejo está separado del órgano móvil del galvanómetro; la rotación de este último se comunica al espejo por intermedio de un brazo. El sistema no presenta interés en los galvanómetros de corriente continua, pero lo encontraremos en otro lugar, al estudiar p. ej. el oscilógrafo de *Dubois*.

Observemos finalmente que se puede obtener una amplificación muy interesante de las desviaciones por relés térmicos y fotoeléctricos; la examinaremos más adelante (III, 16).

4. Galvanómetros sin espejo, de lectura con microscopio — En ciertos galvanómetros, p. ej. los de cuerda o bucle, o el de resonancia de *Agnew*, el movimiento del órgano móvil se observa directamente con el microscopio micrométrico Podemos evidentemente preguntarnos cual es el valor de la distancia D de un espejo ficticio a la escala, equivalente al aumento dado por el microscopio. *Einthoven* toma como criterio para esta equivalencia la identidad del error óptico en los dos casos, que se traduce por la relación

$$\frac{2D}{\delta} \doteq \frac{G}{O} \qquad (17)$$

en que δ es el diámetro del espejo ficticio y G y O el aumento y la abertura del objetivo respectivamente. Así para $O = 0,95$, un aumento de 950 equivale a una distancia igual a 1 m. de la escala al espejo de 2 mm. de diámetro.

5. Galvanómetros de índice de longitud constante. — Se distinguen los aparatos portátiles de índice óptico y los de índice mecánico. En los de índice óptico la fuente luminosa y la escala no se pueden desplazar, formando una unidad con el aparato; la distancia de la escala al espejo es relativamente pequeña, del orden de 10 cm. p. ej; pero se conserva el beneficio de duplicarla por la reflexión Este beneficio no existe en los aparatos de índice mecánico, lo que disminuye aún más su sensibilidad aparente, que ya es pequeña porque debido al aumento del momento de inercia al agregar el índice mecánico ha sido necesario, con el fin de conservar un período corto, aumentar el par director. La escala de los galvanómetros de índice mecánico es generalmente corta; como ya dijimos en II, 4 estos aparatos se utilizan de preferencia como aparatos de cero; su ventaja reside en que no necesitan fuente luminosa y en que son baratos.

6. Sensibilidad práctica en intensidad. — Pasaremos ahora a precisar las definiciones usuales de la sensibilidad en intensidad.

En el caso de los galvanómetros sensibles de espejo de índice de longitud variable, los catálogos indican normalmente la sensibilidad práctica $\frac{d}{DI}$, o su inversa.

Definiremos pues la "sensibilidad práctica por ampere", S_A^{-1} como la desviación ficticia que produciría una corriente de 1 A. sobre una escala graduada en milímetros y colocada a 1 m. del

espejo. Es evidente que S_A^{-1} no corresponde a la realidad experimental; es una simple convención, y se calcula por proporcionalidad. Sea d (en milímetros) la desviación correspondiente a I (en amperes), y D (en metros) la distancia de la regla al espejo; S_A^{-1} se escribe

$$S_A^{-1} = \frac{d}{D\,I}\; mm/m.A = 2.10^3\,\frac{\theta}{I} = 2.10^3\,\frac{g}{C} \qquad (18)$$

Se expresa a veces S_A^{-1} en mm/A en lugar de mm/m.A o A^{-1}, confundiendo la sensibilidad práctica con la aparente, numericamente igual a la primera en el caso en que la escala está colocada a 1 m.

El número obtenido para S_A^{-1} es muy grande, y como los galvanómetros sensibles sirven para medir o acusar corrientes comprendidas en general entre 10^{-7} y 10^{-11} A, es más cómodo utilizar la "sensibilidad práctica por microampere", $S_{\mu A}^{-1}$, obtenida reemplazando en la definición de S_A^{-1} el término ampere por microampere. Resulta pues

$$S_{\mu A}^{-1} = \frac{d}{D\,I\,10^6}\; mm/m.\mu A = 2.10^{-3}\,\frac{\theta}{I} = 2.10^{-3}\,\frac{g}{C} \qquad (19)$$

donde I, g y C están expresadas en cualquier sistema coherente que tenga el ampere como unidad de corriente eléctrica, de preferencia el sistema Giorgi (*u. G.*).

Igual que para S_A^{-1}, a veces se expresa $S_{\mu A}^{-1}$ en mm/μA, entendiéndose que la escala está a 1 m.

El valor de $S_{\mu A}^{-1}$ figura frecuentemente en los catálogos; pero con la misma frecuencia se define la sensibilidad práctica como la corriente en amperes que produciría una desviación de 1 mm. sobre una escala colocada a 1 m. de distancia, o sea como la inversa de S_A^{-1}: la llamaremos "sensibilidad práctica en amperes" y la designaremos por S_A; se la expresa a veces en A/mm en lugar de m.A/mm, o A, entendiéndose que la escala está a m. Se tiene evidentemente

$$S_A\,\frac{m.A}{mm} = \frac{10^{-6}}{S_{\mu A}^{-1}\,\frac{mm}{m.\mu A}} \qquad (20)$$

Tomemos un ejemplo: la sensibilidad práctica en intensidad

de un galvanómetro se indicará indiferentemente como igual sea a 500 mm/m.μA ($S_{\mu A}{}^{-1}$), sea a 2 10^{-9} m.A/mm (S_A).

La representación de la sensibilidad por S_A corresponde a una realidad experimental, lo que no ocurre con $S_{\mu A}{}^{-1}$; no obstante, a los efectos de la clasificación o el cálculo, esta observación no quita nada al valor de $S_{\mu A}{}^{-1}$, que es cómodo de escribir.

En los galvanómetros de lectura por microscopio, se expresa generalmente la sensibilidad práctica como la corriente en amperes que produce una desviación de una *división*, especificando siempre el valor del aumento correspondiente.

Es también el caso de los galvanómetros de índice de longitud constante, que están caracterizados por la sensibilidad aparente. La sensibilidad práctica puede definirse como la corriente en amperes o microamperes que provoca una desviación de una *división de la escala*, la que no está en general graduada en mm.; pero la longitud de la escala en milímetros y el valor del ángulo correspondiente a la desviación completa se suelen indicar. Con bastante frecuencia la sensibilidad práctica de estos galvanómetros se caracteriza también por el valor de la corriente, en microamperes o miliamperes, que provoca *toda* la desviación de la escala, analogamente a lo adoptado en los aparatos industriales.

7. Sensibilidad relativa. — Esta magnitud tiene importancia para caracterizar el error relativo $\frac{\Delta I}{I}$ sobre el valor leído I de la corriente, debido al error de lectura $\Delta\Theta$.

Se tiene

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{1}{I}\frac{dI}{d\Theta}\,\Delta\Theta = \frac{\Delta\Theta}{S_r}$$

definiendo la sensibilidad relativa

$$S_r = I\,\frac{d\Theta}{dI} \qquad (21)$$

En los aparatos de escala proporcional $\frac{d\Theta}{dI} = \frac{\Theta}{I}$ y $S_r = \Theta$: la precisión de la medida es tanto mayor cuanto mayor es la desviación.

8. Sensibilidad práctica en megoohms. — Es el valor en megoohms que debe tener la resistencia total del circuito de la fig. 5, donde obra una f. e. m. de 1 V., para obtener una desviación de 1 mm., estando la escala graduada en milímetros a un metro del espejo.

De la misma definición resulta que numericamente la sensibilidad práctica en megoohms es igual a la práctica por microampere.

9. Sensibilidad y sensibilidad práctica en tensión.— La sensibilidad en intensidad es un dato que permite elegir el galvanómetro (aparte de lo referente al período y al amortiguamiento, sobre lo que volveremos) cuando éste se emplea en un circuito de intensidad constante, es decir, ya sea cuando se regula la intensidad a un valor constante, ya sea cuando la resistencia del galvanómetro es despreciable frente a la resistencia en serie con él, como ocurre p. ej. en la medida de la corriente a través de una resistencia de aislamiento. Este último caso no es sin embargo más que un caso límite de otro más general, en el que la resistencia del galvanómetro modifica la distribución de las corrientes en el circuito: se concibe inmediatamente que la ventaja debida a la introducción de un aparato más sensible en intensidad puede ser contrabalanceada por la disminución de la corriente en el aparato y la noción de sensibilidad en intensidad no basta ya para juzgar sobre la conveniencia del empleo de un galvanómetro dado. Tal será el caso de la medida directa de una d. d. p. (fig. 5), pero también de las medidas con puentes, potenciómetros, etc., circuitos que pueden reducirse, desde el punto de vista del comportamiento del galvanómetro, al circuito de la fig. 5. Consideremos en efecto, a título de ejemplo, el caso clásico del potenciómetro de la fig. 6; cuando la f. e. m. e de la pila difiere en una cantidad muy pequeña $\triangle e$ del valor que corresponde a la posición de equilibrio, la corriente en el galvanómetro es

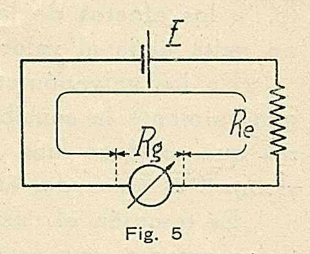


Fig. 5

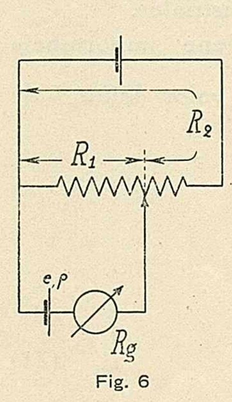


Fig. 6

$$I = \frac{\triangle e}{R_g + \rho + \dfrac{R_1\, R_2}{R_1 + R_2}} \qquad (22)$$

Consideremos ahora el circuito de la fig. 5; designemos por E la fem de la pila y por R_e la resistencia exterior al galvanómetro, comprendida la de la pila; la corriente en el circuito es

$$I = \frac{E}{R_g + R_e} \tag{23}$$

Basta comparar las relaciones (22) y (23) para ver la equivalencia.

Limitemosnos pues al circuito de la fig. 5; se tiene inmediatamente

$$S_i = \frac{\Theta}{I} = \frac{\Theta}{E} (R_g + R_e) = S_t (R_g + R_e)$$

con

$$S_t = \frac{\Theta}{E} = \frac{S_i}{R_g + R_e} \tag{24}$$

La sensibilidad en tensión S_t se obtiene pues dividiendo la sensibilidad en intensidad S_i por la resistencia del circuito. A la sensibilidad en tensión $S_t = \frac{\Theta}{E}$ corresponde la sensibilidad práctica en tensión $S_{\mu v^{-1}} = \frac{d}{DE}$ (o S_v) y la sensibilidad aparente en tensión $\frac{d}{E}$ o su inversa.

Estas magnitudes no son constantes del aparato, dependen también del circuito de medida y por lo tanto deben determinarse en cada caso. Sin embargo, a los efectos de la clasificación de los aparatos, se define la sensibilidad práctica en volts (S_V), o por microvolt ($S_{\mu V^{-1}}$), como valor particular de S_v o $S_{\mu v^{-1}}$ relativo a una resistencia total del circuito igual, sea a la resistencia interior del galvanómetro, que puede ser de imán o de cuadro móvil, sea a la resistencia crítica, en el caso del galvanómetro de cuadro móvil solamente. La primera definición es general, válida también para otros tipos de galvanómetros, como p. ej. el de bucle, pero en el caso de un galvanómetro de cuadro móvil es preferible la elección de R_c a la de R_g porque generalmente se trata de hacer funcionar ese galvanómetro en un circuito de resistencia igual a R_c: la cifra de S_V obtenida tomando R_c como base es pues frecuentemente de aplicación inmediata.

Las definiciones de las sensibilidades prácticas por microvolt y en volts son análogas a las que hemos dado para las sensibilidades prácticas por microampere y en amperes. Se distinguen así:

la sensibilidad práctica por microvolt $S\mu v^{-1}$ en mm/m.μV que es la desviación en milímetros que produciría una tensión de 1 μV.

la sensibilidad práctica en volts S_V, en m.V/mm que es la tensión en volts que produce una desviación de 1 mm.

En los dos casos se sobreentiende que la regla está a un metro del espejo; pero la tensión puede considerarse aplicada sea *directamente* en los bornes del aparato ($R = R_g$), sea si se trata de un galvanómetro de cuadro móvil, en los bornes del conjunto del galvanómetro y una resistencia R_{ce} en serie, tal que $R_{ce} + R_g = R_c$; la resistencia R_{ce} recibe el nombre de resistencia crítica exterior, su valor se indica frecuentemente en los catálogos en vez de R_c.

Hay pues que asegurarse, cada vez que se quiere utilizar un valor de la sensibilidad en volts, de la definición que ha servido de base para su cálculo, y recordar que la cifra indicada vale solamente en las mismas condiciones de la definición. Como en los galvanómetros de cuadro R_c puede ser en ciertos casos 20 y más veces mayor que R_g (aunque hay aparatos en que R_c se confunde practicamente con R_g, comprendiendo R_g la resistencia de los hilos de suspensión además de la del cuadro) se ve que el error cometido interpretando mal un valor de S_V dado por un catálogo puede ser muy importante.

Se tiene pues ·

$$S\mu v^{-1} = \frac{S\mu A^{-1}}{R_g} \quad \text{o} \quad S\mu v^{-1} = \frac{S\mu A^{-1}}{R_c} \qquad (25)$$

así como

$$S_V = S_A \, R_g \quad \text{o} \quad S_V = S_A \, R_c \qquad (25a)$$

según el caso.

Cuando la resistencia total del circuito cambia, la sensibilidad práctica en *tensión* varía en razón inversa:

$$S\mu_v{}^{-1} = S\mu v^{-1} \frac{R_g}{R_g + R_e} \quad \text{o} \quad S\mu_v{}^{-1} = S\mu v^{-1} \frac{R_c}{R_g + R_e} \qquad (26)$$

10. Condiciones que permiten realizar el máximo de sensibilidad en tensión. — Estudiaremos ahora la influencia de las resistencias del circuito y del galvanómetro sobre la sensibilidad en tensión. Examinemos sucesivamente los casos de los galvanómetros de imán y de cuadro móvil.

1. *Galvanómetro de imán móvil.*

Consideremos, para fijar las ideas, el galvanómetro astático de Lord Kelvin de cuatro bobinas, pero el razonamiento que sigue y los resultados se extienden evidentemente para cualquier otro tipo de galvanómetro de imán móvil. Hemos visto (I, 8) que la sensibilidad en intensidad es

$$S_i = \frac{\Theta}{I} = \frac{2M_1 G_1}{M_r H_d} = \frac{4 M_1 G}{M_r H_d} \qquad (27)$$

introduciendo la constante G de *una* sola bobina; su valor, en el caso en que su sección transversal es rectangular, está dado por la fórmula (4), I, 1. Al establecer la relación (27) hemos supuesto implícitamente que las cuatro bobinas estaban en serie; pero la fórmula valdría también para las bobinas acopladas en dos grupos en serie, de dos bobinas en paralelo cada uno, o las cuatro en paralelo, si llamásemos I a la corriente en las bobinas y no a la total a través del galvanómetro. Sin embargo en la expresión de la sensibilidad se entiende siempre que I es la corriente total, de modo que al cambiar de acoplamiento hay que escribir

$$S_i = \frac{\Theta}{I} = \frac{2 M_1 G}{M_r H_d} \qquad (27a)$$

o

$$S_i = \frac{\Theta}{I} = \frac{M_1 G}{M_r H_d} \qquad (27b)$$

si las bobinas están conectadas en serie - paralelo o en paralelo respectivamente.

Vamos a transformar las relaciones (27) poniendo en evidencia la acción de los factores que interesan directamente la aplicación, a saber, el período ideal por una parte y la resistencia interior por otra.

Busquemos la relación entre la constante G de una bobina y su resistencia r_g; sea n el número de espiras de la bobina, l la longitud de la espira media, s y ϱ la sección y la resistividad del hilo respectivamente; tendremos

$$G = \gamma n \qquad (28)$$

donde γ depende solo de las dimensiones de la bobina, y

$$r_g = \varrho n \frac{l}{s} = \frac{l n^2}{S a} \qquad (29)$$

llamando

$$a = \frac{n s}{S} \qquad (30)$$

a la relación entre la sección $n s$ realmente ocupada por el conductor y la sección transversal S de la bobina. Eliminemos n entre (28) y (29); obtenemos

$$G = \varepsilon \sqrt{a r_g} \qquad (31)$$

donde el coeficiente ε es función unicamente de las dimensiones de las bobinas y de la resistividad del hilo empleado. Se deduce que si se construye una serie de bobinas que tengan las mismas dimensiones, constituidas por hilos del mismo metal pero de diámetros diferentes, ε será un constante para toda la serie.

Reemplacemos en las ecuaciones (27) G por su expresión dada por (31), $M_r H_d$ por

$$M_r H_d = \frac{4 \pi^2 K}{T_o^{\,2}} \qquad (32)$$

deducida de la expresión de T_o, y finalmente r_g en función de la resistencia total del aparato R_g, observando que R_g es igual respectivamente a $4 r_g$, r_g, $\frac{r_g}{4}$ cuando las bobinas están conectadas en serie, serie-paralelo o paralelo. Se obtiene la relación única

$$S_i = \frac{\Theta}{I} = \frac{M_1 \varepsilon \sqrt{a R_g}}{2 \pi^2 K} T_o^{\,2} = A T_o^{\,2} \sqrt{a R_g} \qquad (33)$$

válida cualquiera que sea el acoplamiento de las bobinas.

La sensibilidad en tensión se escribe pues, llevando la expresión (33) de S_i a (24):

$$S_t = \frac{\beta \sqrt{a R_g}}{R_g + R_e} \qquad (34)$$

donde $\beta = A T_o^{\,2}$ es una constante para un galvanómetro dado cuyo imán corrector esté en una posición determinada; β no varía cuando se cambian las bobinas del galvanómetro por otras de las mismas dimensiones y confeccionadas con hilo del mismo metal.

Hay que considerar dos casos:

a) se dispone de bobinas de recambio: en este caso, a cada valor de R_e corresponde un valor de R_g que hace la sensibilidad en tensión máxima; veremos que esta sensibilidad máxima varía en razón inversa de $\sqrt{R_e}$.

Para poder discutir S_t (R_g) hay que saber como se comporta el coeficiente a. Llamemos w al coeficiente de llenado, cuyo valor es $\frac{2\sqrt{3}}{\pi}$ si las espiras están bobinadas cada una en el intervalo formado por las dos espiras vecinas de la capa precedente, d al diámetro del hilo y t al espesor de la aislación de las espiras; se tiene

$$S = w\, n \frac{\pi}{4} (d + 2\,t)^2$$

de donde

$$n = \frac{4\,S}{\pi\, w\,(d + 2\,t)^2} \quad \text{y} \quad a = \frac{n\,s}{S} = \frac{d^2}{w\,(d + 2\,t)^2}$$

La resistencia interior del galvanómetro es, con $p = 4,\ 1$ o $\frac{1}{4}$ según el acoplamiento de las bobinas

$$R_g = p\, r_g = p\, \varrho\, n \frac{4\,l}{\pi\, d^2} = \frac{u\,p}{w\, d^2\,(d + 2\,t)^2}$$

donde $u = Cte.$ Resulta pues

$$S_t = \frac{\beta \sqrt{a R_g}}{R_e + R_g} = \frac{\beta \sqrt{u\,p}}{R_e\, w\,(d + 2\,t)^2 + \frac{u\,p}{d^2}} \qquad (35)$$

Supongamos por ahora que solo se cambian las bobinas pero no su acoplamiento ($p = Cte$). Se pueden distinguir dos casos:

1.°) hilo aislado con seda: en este caso el espesor de la aislación t es sensiblemente independiente del diámetro del hilo, $t = Cte.$

2.°) hilo esmaltado: el espesor de la aislación t es sensiblemente proporcional al diámetro d del hilo.

Estudiemos estos dos casos, suponiendo que el valor de w es el mismo para todas las bobinas, o sea que todas las bobinas están construídas de la misma manera.

1.° $t = Cte.$ Se encuentra inmediatamente que hay máximo de S_t para $\frac{\delta\, S_t}{\delta\, d} = 0$, o sea cuando

$$\frac{R_e}{R_g} = \frac{d + 2\,t}{d} \qquad (36)$$

Este resultado fué enunciado por *Maxwell.*

2.° $t = c\,d$, siendo c una constante.

En este caso $a = \frac{1}{w(1+2c)^2} = Cte$ y se puede escribir

$$S_t = \frac{\frac{\beta}{\sqrt{w}\,(1+2c)}\sqrt{R_g}}{R_e + R_g} = \frac{\frac{\beta}{\sqrt{w}\,(1+2c)}}{\sqrt{R_g} + \frac{R_e}{\sqrt{R_g}}}$$

En el denominador figura la suma de dos términos cuyo producto es constante; S_t es pues máximo cuando estos términos son iguales, o sea cuando

$$R_e = R_g \qquad (37)$$

resultado válido en particular cuando $c = 0$, es decir, cuando se desprecia el valor de la aislación. Este resultado ha sido enunciado por *Ayrton* y *Perry.*

Es interesante observar que la condición (37) corresponde al máximo de la potencia absorbida por el galvanómetro. En efecto, como hemos visto

$$\frac{\Theta}{I} = \beta\sqrt{aR_g} \qquad \text{de donde} \qquad \Theta = \beta\sqrt{aR_g I^2}$$

$R_g\,I^2$ es la potencia perdida por efecto Joule en las bobinas; se escribe

$$R_g I^2 = R_g\left(\frac{E}{R_g + R_e}\right)^2 = \frac{E^2}{\left(\sqrt{R_g} + \frac{R_e}{\sqrt{R_g}}\right)^2}$$

expresión que es máxima para

$$R_g = R_e$$

Las bobinas de un galvanómetro de imán son facilmente intercambiables, de manera que se podrán elegir aquellas más convenientes para cada caso particular. Sin embargo, el número de bobinas de recambio disponibles es evidentemente limitado, entre otras cosas porque no se fabrica corrientemente sino un número restringido de hilos de diferentes diámetros y generalmente no se dispone de bobinas que realicen exactamente el máximo de S_t; pero es fácil ver que la sensibilidad máxima se reduce poco aún

cuando existan diferencias importantes entre R_g y R_e. Pongamos $R_g = m\ R_e$, y para simplificar consideremos solamente el caso en que $t = c\ d$; conviene observar que las conclusiones son sensiblemente las mismas cuando $t = Cte$.

La sensibilidad S_t se escribe

$$S_t = \frac{\beta \sqrt{a R_g}}{R_e + R_g} = \frac{\beta \sqrt{a}}{\sqrt{R_e}} \cdot \frac{\sqrt{m}}{1+m} \qquad (38)$$

S_t es máximo para $m = 1$, o sea

$$S_{t\,max} = \frac{\beta \sqrt{a}}{2 \sqrt{R_e}} = \frac{S_i}{2R_g} \qquad (39)$$

La sensibilidad máxima es tanto menor cuanto menor es a, o sea cuanto más lugar ocupa la aislación y el espacio libre entre espiras.

Si pasamos a las sensibilidades prácticas (39) se escribe

$$S_{\mu v^{-1}\,max} = \frac{S_{\mu A^{-1}}}{2R_g} = \frac{S_{\mu V^{-1}}}{2}$$

La máxima sensibilidad práctica en tensión que se puede realizar es igual a la mitad de la sensibilidad práctica por microvolt indicada en los catálogos. Sería pues preferible que estos últimos indicasen $\frac{S_{\mu V^{-1}}}{2}$ y no $S_{\mu V^{-1}}$.

Pongamos (38) bajo la siguiente forma

$$\frac{S_t}{S_{t\,max}} = \frac{2 \sqrt{m}}{1 + m} \qquad (38a)$$

Se observa que si se cambia m en $\frac{1}{m}$ el valor de $\frac{S_t}{S_{t\,max}}$ es el mismo; eligiendo la escala logarítmica para las abscisas la curva es simétrica respecto al eje m = 1. Se verifica inmediatamente (fig. 7) que la sensibilidad disminuye relativamente poco cuando nos alejamos de la condición óptima m = 1; así para $m = \frac{1}{4}$ o $m = 4$, $\frac{S_t}{S_{t\,max}}$ es todavía igual a 0,8. Será pues suficiente un pequeño número de bobinas de recambio para poder cubrir en buenas condiciones de sensibilidad en tensión una extensa gama de valores de R_e, tanto más que en el galvanómetro de *Lord Kelvin*

se puede variar R_g, a r_g constante, en la relación de 1 a 16, cambiando el acoplamiento de las bobinas En este caso, en la ecuación (35) p es la única variable, y es inmediato ver que S_t es máxima para $R_g = R_e$: cada cambio de acoplamiento equivale a un juego suplementario de bobinas.

En el caso particular en que R_e es muy grande (p. ej. en la medida de resistencias de aislamiento por el método de la desviación), R_g, que no sobrepasa normalmente algunos miles de ohms, es despreciable frente a R_e. Hay entonces interés en elegir R_g tan grande como sea posible. Esto se interpreta facilmente a partir de lo que antecede, porque aumentando R_g nos aproximamos algo a las condiciones óptimas; pero se interpreta también observando que es la sensibilidad en intensidad la que puede intervenir en este caso, porque una variación de R_g no modifica sensiblemente la intensidad de la corriente; ahora bien, S_i aumenta proporcionalmente a $\sqrt{R_g}$.

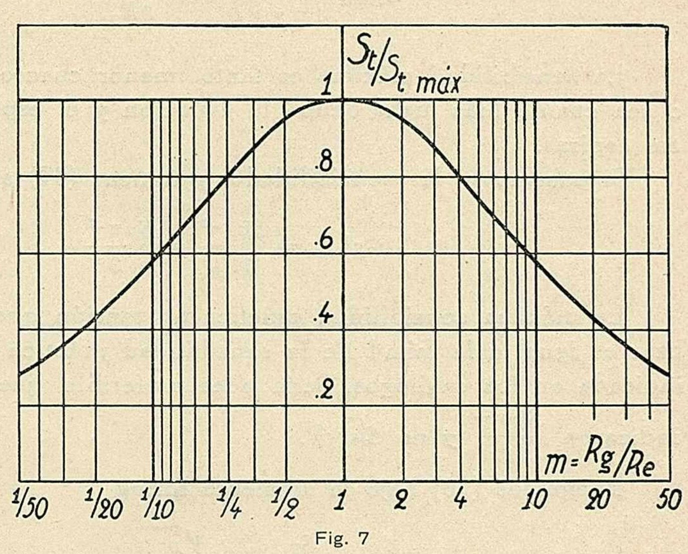


Fig. 7

b) no se dispone de bobinas de recambio. En un galvanómetro de una sola bobina no se podría, sin modificar T_o, hacer variar S_t si R_e está dado; S_t será tanto mayor cuanto menor sea R_e, resultado evidente a priori. En el galvanómetro de *Lord Kelvin* de 4 bobinas se puede, cambiando el acoplamiento, obtener R_g igual a $4\,r_g$, r_g o $\frac{r_g}{4}$; de acuerdo pues con el estudio hecho en el caso a), se conectarán todas las bobinas en serie si $R_e > 2\,r_g$, en serie-paralelo si $\frac{r_g}{2} < R_e < 2\,r_g$ y todas en pa-

ralelo si $R_e < \frac{r_g}{2}$. En el caso de un galvanómetro de dos bobinas, éstas se conectarán en serie o en paralelo según que $R_e > r_g$ o que $R_e < r_g$ respectivamente.

2. *Galvanómetro de cuadro móvil.*

El caso del galvanómetro de cuadro móvil presenta una diferencia esencial con el de imán móvil, porque en él la resistencia del circuito interviene en forma muy sensible en las condiciones de amortiguamiento del aparato. Este hecho modifica los resultados de un razonamiento análogo al que efectuamos a propósito del galvanómetro de imán móvil, y que hasta cierto punto es válido aquí. Supongamos en efecto que se disponga de cuadros intercambiables que tengan todos las mismas dimensiones exteriores y estén construídos con hilos del mismo metal. Despreciemos, para simplificar, el espacio ocupado por la aislación; en este caso se puede escribir $s\,n = k = Cte$ para todos los cuadros.

La resistencia del *cuadro* es

$$r_g = \varrho \frac{n\,l}{s} = \varrho \frac{l}{k} n^2$$

Por otra parte, designando por S la superficie del cuadro

$$\Phi_o = n\,B\,S = \varepsilon \sqrt{r_g}$$

donde ε es una constante si la inducción B lo es. La sensibilidad en intensidad es

$$S_i = \frac{\Phi_o}{C} = \zeta \sqrt{r_g}$$

y la sensibilidad en tensión se escribe

$$S_t = \frac{S_i}{r_g + R_e} = \frac{\zeta \sqrt{r_g}}{r_g + R_e} = S_{t\,max} \frac{2\sqrt{m}}{1 + m} \qquad (38a)$$

donde

$$m = \frac{r_g}{R_e} \quad \text{y} \quad S_{t\,max} = \frac{\zeta}{2\sqrt{R_e}} = \frac{S_i}{2\,r_g}$$

Se tiene evidentemente, introduciendo las sensibilidades prácticas

$$S_{\mu v^{-1}\,max} = \frac{S_{\mu A^{-1}}}{2\,r_g}$$

Los resultados son parecidos a los obtenidos en el galvanó-

metro de imán móvil: la máxima sensibilidad práctica en tensión es la mitad de la sensibilidad práctica por microvolt relativa al circuito de resistencia igual a la resistencia r_g *del cuadro*, y se obtiene cuando $R_e = r_g$. Pero los catálogos no indican tal sensibilidad ni aún cuando traen la sensibilidad en tensión relativa al circuito de resistencia igual a la interior del aparato. Eso se debe a que la resistencia de los hilos de suspensión está siempre comprendida en R_g, mientras que aquí la contamos en la resistencia exterior, porque r_g designa la resistencia del cuadro solo. Esta observación es importante en los cuadros de muy pequeña resistencia, la que puede llegar a ser una fracción hasta del orden de 1/20 de la resistencia de los hilos de suspensión, de modo que la realización de la condición $R_e = r_g$ es en este caso imposible. Pero aún suponiendo que la resistencia de los hilos que traen la corriente al aparato sea pequeña frente a r_g, de modo que se pueda cumplir la condición $r_g = R_e$, no hay interés en realizarla porque siendo la resistencia crítica muy superior a $2\,r_g$ el galvanómetro quedaría demasiado amortiguado. Es necesario pues consentir la pérdida del aumento de sensibilidad que procuraba la realización de la condición $R_e = r_g$ y llegar a condiciones de amortiguamiento próximas al amortiguamiento crítico:

$$R_c \cong R_g + R_e\,, \quad \text{o} \quad R_e \cong R_{ce}$$

Resulta que para poder utilizar el galvanómetro en las mejores condiciones con diversos valores de la resistencia exterior, hay que poder variar R_c. De esta manera se reduce en parte el interés de los cuadros intercambiables, porque se puede modificar R_c sin cambiar de cuadro o de sistema móvil haciendo variar la inducción B en el entrehierro con ayuda de un shunt magnético variable. Otra solución podría consistir en el empleo de electroimanes para crear el campo; se haría variar B actuando sobre la corriente de excitación. Pero este sistema tiene sin embargo múltiples inconvenientes, ya señalados en II 3, y los shunts magnéticos se emplean casi exclusivamente. No obstante, el empleo del shunt solo permite hacer variar B entre límites relativamente restringidos, p. ej. de 1 a 3, de manera que si se quiere poder colocar el aparato en condiciones óptimas en circuitos muy diversos, hay que recurrir a cuadros o sistemas móviles de recambio, aunque en número reducido. Una solución elegante consiste en em-

plear un cuadro de dos enrollamientos, ya descripto en **II 6**, con uno de los enrollamientos muy sensible en tensión y el otro en intensidad. Es fácil ver, en efecto, que las condiciones de realización de sensibilidades elevadas en tensión y en intensidad son contradictorias. La sensibilidad en intensidad se escribe, teniendo en cuenta que

$$T_o = 2\pi \sqrt{\frac{K}{C}} \qquad \text{y} \qquad \alpha_o + \frac{\Phi_o^{\ 2}}{2 R_c \sqrt{KC}} = 1$$

$$S_i = \frac{\Phi_o}{C} = \sqrt{\frac{T_o R_c}{\pi C}} \sqrt{1 - \alpha_o} = \sqrt{\frac{T_o^{\ 3} R_c}{4 \pi^3 K}} \sqrt{1 - \alpha_o} \qquad (40)$$

según que se elimine K o C. La eliminación no es completa, puesto que hemos conservado $\alpha_o = \dfrac{A_o}{2\sqrt{KC}}$, pero tal manera de proceder no tiene generalmente importancia porque $\sqrt{1 - \alpha_o}$ es sólo un término correctivo. Se notará que a igualdad de T_o, R_c y C hay interés en disminuir A_o (o sea α_o) para aumentar S_i, pero el retorno al cero en un circuito de resistencia grande frente a R_c es entonces muy largo, y es generalmente preferible no disminuir demasiado A_o.

La sensibilidad en tensión es, suponiendo que la resistencia del circuito sea igual a R_c

$$S_t = \frac{S_i}{R_c} = \sqrt{\frac{T_o}{\pi C R_c}} \sqrt{1 - \alpha_o} = \sqrt{\frac{T_o^{\ 3}}{4 \pi^3 K R_c}} \sqrt{1 - \alpha_o} \qquad (41)$$

Se ve que S_i y S_t varían con R_c en sentido inverso. La alta sensibilidad en intensidad exige la obtención de Φ_o y R_c elevados y por consiguiente un cuadro de gran número de espiras; para limitar el aumento del momento de inercia correspondiente a la multiplicación de las espiras se empleará hilo tan fino como sea posible, lo que contribuye a aumentar todavía más la resistencia del cuadro. La alta sensibilidad en tensión exige la obtención de valores de Φ_o y R_c reducidos y por consiguiente un cuadro de pequeño número de espiras, cuya resistencia será pequeña. Para elevar S_t hay interés en disminuir R_c; ahora bien, $R_c = R_e + R_g$, y siendo fijo el valor de R_e, hay interés en hacer por construcción R_g tan pequeño como sea posible.

Si se realiza la condición $R_c = R_e + R_g$ la sensibilidad prác-

tica en tensión es evidentemente igual a la sensibilidad práctica por microvolt relativa al circuito de resistencia R_c :

$$S\mu_v{}^{-1} = \frac{S\mu_A{}^{-1}}{R_c} = S\mu_V{}^{-1}$$

Supongamos ahora que el galvanómetro no está en las condiciones de amortiguamiento crítico; pongamos $R_c = l\, R_e$, resulta

$$S_i = \frac{S_i}{R_g + R_e} = \sqrt{\frac{T_o}{\pi\, C\, R_c}}\sqrt{1-\alpha_o}\ \frac{l}{1+\frac{R_g}{R_e}} =$$

$$= \sqrt{\frac{T_o}{\pi\, C\, R_e}}\sqrt{1-\alpha_o}\ \frac{\sqrt{l}}{1+\frac{R_g}{R_c}}$$

11. Sensibilidad normal. — Al elegir un galvanómetro hay que considerar, además de S_i

1) el período ideal T_o y el grado de amortiguamiento α, para obtener lecturas rápidas y cómodas (véase la publicación N.° 1, **10**)

2) la resistencia interior (galvanómetro de imán móvil) o la crítica (galvanómetro de cuadro móvil), que deben ser adecuadas a la resistencia exterior del circuito de medida, de acuerdo con las consideraciones que acabamos de desarrollar,

Se tiene frecuentemente la posibilidad de elegir un aparato entre varios del mismo tipo para emplearlo en un circuito dado. Será generalmente necesario regular la resistencia interior o la crítica para colocarse en las condiciones de $R_g \cong R_e$ (imán móvil) a $R_c \cong R_e$ (cuadro móvil), y por otra parte, si se trata de un galvanómetro de imán móvil, se regulará su período para obtener la rapidez de lectura deseada. Desde luego es lógico y necesario, al comparar los valores (susceptibles de variación) de la sensibilidad S_i de los aparatos en presencia, tomar no los relativos a condiciones cualesquiera de empleo, sino los correspondientes a las mismas condiciones de T_o , α y R_g o R_c . Se presenta así el problema del conocimiento de la variación de las características del galvanómetro en función de una de ellas que actúa como parámetro, y los catálogos indican generalmente series de valores de $S\mu_A{}^{-1}$ (o S_A), etc , correspondientes a los diversos valores de parámetros tales como R_g o R_c . Se ha llegado a preguntar si no se podrían simplificar estas indicaciones, a veces bastante numerosas; el ideal

sería evidentemente poder juzgar, a partir de una sola cifra, sobre las condiciones de empleo de un aparato en un circuito dado. Tal cosa no es posible; pero se ha ensayado una solución introduciendo la llamada "sensibilidad normal", que vamos a definir y discutir, considerando sucesivamente los casos de los galvanómetros de imán y de cuadro móvil.

1) *Galvanómetro de imán móvil.* Hemos establecido la relación

$$S_i = \frac{M_1 \, \varepsilon \sqrt{a R_g}}{2 \pi^2 K} T_o{}^2 = A T_o{}^2 \sqrt{a R_g} \cong A T_o{}^2 \sqrt{R_g} \qquad (33)$$

admitiendo para simplificar a igual a 1.

A es una constante de construcción del aparato, que no es influenciada ni por la regulación del imán corrector ni por el cambio de las bobinas; sería la sensibilidad de un galvanómetro que tuviese las mismas M_1, ε y K, pero de período ideal y resistencia interior iguales a la unidad. Poco importa si tal galvanómetro es realizable, porque la constante A solo sirve para la clasificación de los aparatos del mismo tipo. Su interés se manifiesta cuando hay que elegir entre varios aparatos del mismo tipo para emplearlos en las mismas condiciones en un mismo circuito: el aparato cuya constante A sea mayor será el más sensible a igualdad de rapidez de lectura, siempre que el valor de a, que interviene además de T_o para fijar la duración de la lectura, sea el mismo para los aparatos en presencia ; esta hipótesis podría no ser cierta y ocasionar diferencias que restan valor a la constante A.

Si se considera la sensibilidad práctica $S_{\mu A^{-1}}$ y se toma como unidad de período ideal 10 s. y como unidad de resistencia interna 1 Ω, resulta, suponiendo siempre $a = 1$

$$S_{\mu A^{-1}} = 2.10^{-3} S_i = 0{,}2 \, A \left(\frac{T_o}{10} \right)^2 R_g{}^{1/2} = S_n \left(\frac{T_o}{10} \right)^2 R_g{}^{1/2} \qquad (42)$$

$S_n = 0{,}2 \, A$ se ha llamado "sensibilidad normal" del galvanómetro y se la encuentra en numerosas tablas.

Admitiendo $a = 1$, es decir, despreciando el espesor de la aislación y escribiendo (31)

$$G = \varepsilon \sqrt{R_g}$$

se comete cierto error; algunos autores estiman que se expresa mejor la realidad haciendo

$$G = \varepsilon R_g^{\,2/5}$$

Con esta hipótesis, la sensibilidad normal se escribe evidentemente

$$S'_n = S\mu A^{-1} \left(\frac{10}{T_o} \right)^2 R_g^{\,-2/5} \qquad (43)$$

Esta expresión fué propuesta por *Ayrton y Mather*, que le dieron el nombre de "factor de mérito".

Los valores de S_n y S'_n permiten, bajo la reserva de la igualdad de amortiguamiento, una comparación inmediata desde el punto de vista de la mayor sensibilidad en las mismas condiciones de empleo. Pero aún sin conocer S_n se pueden deducir rapidamente a partir de los datos $S\mu A^{-1}$, T_o, R_g y $S\mu V^{-1}$ del catálogo, los valores de $S'\mu V^{-1}$ y $S'\mu A^{-1}$ que se tendrían en las condiciones de empleo establecidas, estando T'_o impuesto por la duración de lecturas que se consiente y R'_g por la resistencia del circuito de medida; basta aplicar

$$\frac{S'\mu A^{-1}}{S\mu A^{-1}} = \left(\frac{T'_o}{T_o} \right)^2 \left(\frac{R'_g}{R_g} \right)^{1/2 \text{ o } 2/5}$$

o

$$\frac{S'\mu V^{-1}}{S\mu V^{-1}} = \frac{S'\mu A^{-1}}{S\mu A^{-1}} \cdot \frac{R_g}{R'_g}$$

Sin embargo el valor de S_n solo no indica absolutamente nada sobre los valores de las magnitudes características R_g, T_o, $S\mu A^{-1}$, $S\mu V^{-1}$, etc, que deben indicarse o calcularse. La magnitud S_n no presenta pues gran interés, y, como veremos, este interés disminuye aún cuando se considera el galvanómetro de cuadro móvil, que, como ya observamos, ha desplazado practicamente al galvanómetro de imán en corriente continua.

Los catálogos indican generalmente series de valores de magnitudes características en función de un parámetro. En el caso del galvanómetro de imán con bobinas de recambio no es necesario indicar los valores de $S\mu A^{-1}$ para cada valor de R_g, porque, no siendo afectado el valor de T_o por el cambio de bobinas, se calcula $S'\mu A^{-1}$ a partir de

$$\frac{S'\mu A^{-1}}{S\mu A^{-1}} = \left(\frac{R'_g}{R_g} \right)^{1/2 \text{ o } 2/5}$$

con una precisión que basta para decidir una elección. Un solo

valor de $S\mu A^{-1}$, relativo a un valor cualquiera de R_g, sería pues suficiente, pero se justifica la indicación de los valores extremos y aún de uno medio, para facilitar la orientación. De cualquier manera, son inútiles las columnas con un número demasiado elevado de valores correspondientes.

2) *Galvanómetro de cuadro móvil.* Se tiene de acuerdo con (40):

$$S\mu A^{-1} = 2.10^{-3}\ S_i = 2.10^{-3} \sqrt{\frac{T_o\ R_c}{\pi\ C}}\ \sqrt{1 - \alpha_o} \qquad (44)$$

o también

$$S\mu A^{-1} = 2.10^{-3} \sqrt{\frac{T_o^{\ 3} R_c}{4\ \pi^3\ K}}\ \sqrt{1 - \alpha_o} \qquad (45)$$

La regulación usual consiste en hacer variar el campo actuando sobre el shunt magnético, y más raramente, en cambiar el cuadro o la suspensión.

Basándose en las mismas consideraciones vistas más arriba, *Jaeger* define la sensibilidad "normal" S_n despreciando α_o en (44) y haciendo $T_o = 10$ s, y $R_c = 1\ \Omega$; poco importa, evidentemente, si tal galvanómetro es o no realizable. Resulta pues

$$S_n = \frac{2.10^{-3} \sqrt{10}}{\sqrt{\pi\ C}}$$

y

$$S\mu A^{-1} = S_n \left(\frac{T_o}{10}\right)^{1/2} R_c^{\ 1/2}$$

La sensibilidad normal así definida es simplemente $\frac{1}{\sqrt{C}}$ multiplicado por un coeficiente numérico; se puede calcular facilmente el orden de magnitud de su valor máximo observando, como ya lo hemos mencionado, que el valor mínimo usual de C es del orden de $1.10^{-9} - 1.10^{-10}$ *u. G.*, o sea $1.10^{-2} - 1.10^{-3}$ *C. G. S.*

Se habría podido igualmente definir la sensibilidad normal a partir de (45); despreciando α_o y haciendo $T_o = 10$ s. y $R_c = 1\ \Omega$ resultaría

$$S'_n = \frac{10^{-2} \sqrt{10}}{\sqrt{\pi^3\ K}}$$

y

$$S\mu A^{-1} = S'_n \left(\frac{T_o}{10}\right)^{3/2} R_c^{\ 1/2}$$

Con frecuencia es posible llevar un galvanómetro de cuadro provisto de shunt magnético a las condiciones de amortiguamiento crítico, pero no hay regulación continua del período ideal, que solo se puede modificar cambiando de suspensión o cuadro. De manera que cuando hay que elegir entre varios galvanómetros de cuadro para usarlos en un circuito dado, la noción de S_n no presenta ni siquiera el reducido interés que tenía en el caso del galvanómetro de imán móvil.

En el caso de los aparatos de shunt magnético, los catálogos indican frecuentemente la serie de los valores de R_c y $S\mu A^{-1}$ que se corresponden; estos valores están relacionados por la expresión

$$\frac{S'\mu A^{-1}}{S\mu A^{-1}} = \left(\frac{R'_c}{R_c} \right)^{1/2}$$

porque la regulación no afecta ni T_o ni a_o. En rigor bastaría con indicar los límites de variación de R_c y el valor de $S\mu A^{-1}$ correspondiente a uno de ellos; para mayor comodidad se indican los pares extremos de valores de $S\mu A^{-1}$ y R_c, y un valor intermedio; la multiplicación de valores intermedios es inútil.

La introducción de la sensibilidad "normal" (o del "factor de mérito"), ya sin gran interés cuando se trata de una serie de aparatos del mismo principio, puede dar lugar a confusiones si se aplica a la comparación de aparatos de distinto principio. En la definición de S_n del galvanómetro de imán figura la resistencia interior del aparato R_g, y en la del galvanómetro de cuadro figura la del circuito. Al elegir $R_g = 1\,\Omega$, si se considera el galvanómetro de imán en las condiciones de máxima sensibilidad en tensión, la resistencia del circuito es igual a $2\,\Omega$, de modo que, para comparar los aparatos de imán y de cuadro hubiera sido mejor, como lo observó *White*, elegir $R_c = 2\,\Omega$ en la definición de S_n de los galvanómetros de cuadro.

En el catálogo de la casa "Cambridge" encontramos que los "factores de mérito" de los galvanómetros de cuadro móvil están comprendidos entre 25 y 2500, los de los galvanómetros de imán móvil están entre 1000 y 15000, y los de los galvanómetros de cuerda están entre 20000 y 150000. Estas últimas cifras son muy elevadas a causa del corto período del aparato, pero el galvanómetro de cuerda es menos sensible en intensidad que los anteriores; su campo de aplicación no es el mismo Por lo tanto, no se

debe sacar ninguna conclusión de la cifra de la sensibilidad normal indicada aisladamente, y hay que recordar que no deben compararse más que las cifras relativas a los aparatos del mismo tipo, susceptibles de ser colocados en condiciones idénticas. Practicamente el interés de la "sensibilidad normal" desapareció junto con el empleo de los aparatos de imán en corriente continua.

12. Sensibilidad en cantidad de electricidad y en flujo. — Ver la publicación N.° 3: "Galvanómetro balístico".

13. Estudio de la variación de la desviación del galvanómetro por medio de resistencias - Shunt. Resistencias adicionales. — Ocurre frecuentemente que la corriente que atravesaría un aparato intercalado directamente en un circuito sería demasiado grande, y hay que limitarla agregando una resistencia conveniente en serie o en paralelo con el galvanómetro, o aún ambas a la vez. Generalmente la reducción de la corriente en el galvanómetro no es el único fin perseguido, ni a veces el principal. Según el caso, se agrega la condición de mantener constante sea la corriente total en el circuito, sea la resistencia del circuito vista del galvanómetro, de la que dependen las condiciones de amortiguamiento, sea ambas condiciones a la vez. Una resistencia puesta en paralelo con el galvanómetro toma el nombre de shunt. Sea (fig. 8) i_g la corriente indicada por el galvanómetro de resistencia interior R_g shuntado por una resistencia R_s; la corriente total es

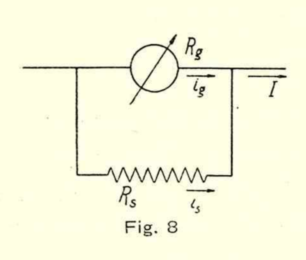


Fig. 8

$$I = i_g \frac{R_g + R_s}{R_s} = m\, i_g \tag{46}$$

El factor

$$m = \frac{R_g + R_s}{R_s} \tag{47}$$

se llama "poder multiplicador del shunt"; es la cantidad por la que hay que multiplicar la corriente indicada por el galvanómetro para obtener la corriente total.

En principio, cualquier caja de resistencias puede emplearse como shunt, pero entonces se tiene casi siempre un valor de m fraccionario, poco cómodo para los cálculos rápidos; de manera que muchas veces es preferible emplear shunts construídos especialmente para cada galvanómetro. Se dan a m valores simples,

p. ej. 2, 5, 10, 100, 1000. Con frecuencia (fig. 9) la caja del shunt tiene indicado en los bornes, no el valor de m, sino la relación $\frac{R_s}{R_g}$, o sea respectivamente 1/1 (m = 2), 1/9 (m = 10), 1/99 (m = 100), 1/999 (m = 1000). La calibración no es en general muy precisa, de manera que en toda medida exacta hay que determinar previamente m por un ensayo especial. Hay que fijarse especialmente en la influencia de la temperatura, ya que su coeficiente puede no ser el mismo para el galvanómetro y para el shunt

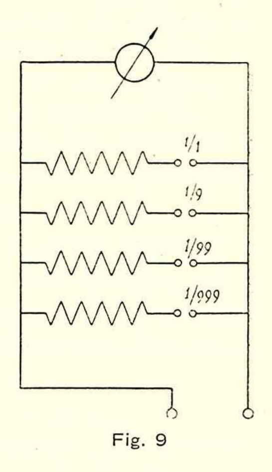


Fig. 9

La relación (46)

$$i_g = \frac{I}{m}$$

muestra que la corriente en el galvanómetro solo es reducida m veces por el shunt cuando la corriente total I permanece constante. Abstracción hecha del caso en que se regula $I = Cte$, se estará en esas condiciones al medir la corriente a través de una resistencia muy grande (aislación). Este caso no es más que un caso límite del circuito de la fig. 5 en el que actúa la fem E constante. La corriente en el galvanómetro es $i'_g = \frac{E}{R_e + R_g}$ antes y $i''_g = \frac{E}{m\, R_e + R_g}$ después de agregar el shunt. La acción de éste es pues tanto más pequeña cuanto menor es R_e frente a R_g ; en particular para los pequeños valores de R_e el valor de R_s tendría que ser muy reducido, lo que es un inconveniente en algunos casos, porque dejan de ser despreciables las resistencias de conexión y de contacto y aumenta el gasto de la fuente. Es fácil remediar tal estado de cosas agregando en serie con R_e, y para cada valor de R_s una resistencia llamada "de compensación", elegida en forma de mantener constante la resistencia total vista desde la fuente, y por consiguiente la corriente total. Al introducir el shunt la resistencia del galvanómetro R_g debe ser reemplazada por la $\frac{R_g\, R_s}{R_g + R_s} = \frac{R_g}{m}$ del conjunto galvanómetro-shunt, de modo que la resistencia de compensación ha de ser $R_g \left(1 - \frac{1}{m} \right)$. Se han construído cajas de shunt con las correspon-

dientes resistencias de compensación (fig. 10): colocando la ficha en a se pone el galvanómetro solo en el circuito; colocando las fichas en $b - b$ el galvanómetro queda shuntado por R'_s y el conjunto shunt-galvanómetro queda en serie con la resistencia de compensación R'_c, y así sucesivamente. Finalmente, colocando la ficha en e se pone el galvanómetro en corto-circuito y se introduce la resistencia $R'_c + R''_c + R'''_c + R^{IV}_c$, que puede hacerse igual a R_g por una elección conveniente de R^{IV}_c.

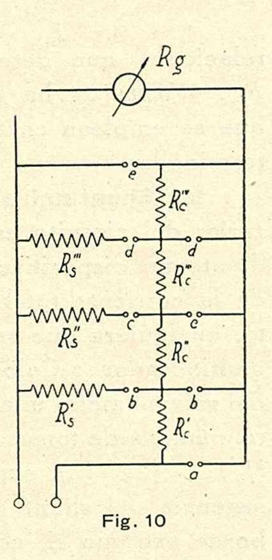


Fig. 10

El empleo del shunt modifica no solamente la resistencia del circuito visto desde la fuente, sino también la resistencia R_e circuito visto del galvanómetro, la que se transforma en $\frac{R_e \cdot R_s}{R_e + R_s}$. Las condiciones de amortiguamiento cambian, y hay que asegurarse de que esta modificación del amortiguamiento se puede aceptar. En particular, notemos desde ya que si el aparato trabaja como balístico, la sensibilidad en cantidad de electricidad se ve afectada por toda variación del grado de amortiguamiento.

Si la resistencia del shunt es superior a la primitiva exterior, $R_s > R_e$, se puede, agregando en serie con R_e una resistencia $R' = \frac{R_e^{\,2}}{R_s - R_e}$, mantener constante la resistencia del circuito visto del galvanómetro, y conservar así las mismas condiciones de amortiguamiento en los dos casos. Si $R_s < R_e$ el galvanómetro está forzosamente más amortiguado que sin shunt, y para restablecer las condiciones primitivas es necesario agregar una resistencia $R = \frac{R_e^{\,2}}{R_e + R_s}$ en serie con el galvanómetro, disponiéndose el shunt en los bornes del conjunto formado por la resistencia R y el galvanómetro; el valor de m ya no está dado por (47) sino por (48). Finalmente es posible, poniendo dos resistencias R y R' (fig. 11), mantener constante para cualquier valor de m la resistencia total del circuito vista tanto del galvanómetro como de la

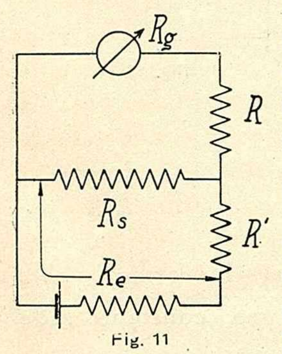


Fig. 11

fuente. Las condiciones que deben cumplirse son evidentemente

$$\frac{R_g + R + R_s}{R_s} = m \tag{48}$$

$$R + \frac{R_s\,(R' + R_e)}{R_s + R' + R_e} = R_e \tag{49}$$

$$R' + \frac{R_s\,(R_g + R)}{R_s + R_g + R} = R_g \tag{50}$$

relaciones que determinan R, R' y R_s, una vez fijados m, R_g y R_e. *Volkmann* ha construído shunts basados en este principio, que se emplean con un galvanómetro dado y en condiciones determinadas.

14. Shunt universal o de Ayrton. — Cuando la resistencia exterior del circuito es muy grande, se pueden obtener a la vez, mediante un dispositivo sencillo, la constancia de la corriente total y del amortiguamiento, cualquiera que sea el valor del poder multiplicador. Coloquemos en los bornes del galvanómetro una resistencia r con cierto número de tomas intermedias $^1/_1$, $^1/_2$, ... $^1/_n$, ... (fig. 12), expresando así que la resistencia del shunt comprendida entre el borne extremo A, común al galvanómetro, shunt y resistencia exterior, y un borne $^1/_n$ es igual a $\frac{r}{n}$. Supongamos el cursor sobre la toma $^1/_n$; haciendo $R_s = \frac{r}{n}$ y

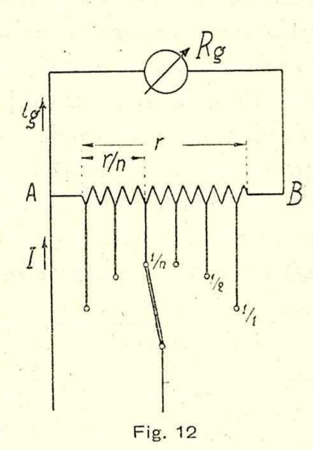


Fig. 12

$R = r\left(1 - \frac{1}{n}\right)$ en (48), se tiene

$$m_n = \frac{R_g + r}{r}\,n \tag{51}$$

Para un galvanómetro dado, $\frac{R_g + r}{r}$ es una constante independiente de n, de manera que la relación entre los poderes multiplicadores correspondientes a dos valores cualquiera n' y n'' de n, que se llama poder multiplicador relativo

$$\frac{m_n{}'}{m_n{}''} = \frac{n'}{n''}$$

es independiente de R_g, o sea, es el mismo para cualquier galvanómetro; por esta razón la resistencia r recibe el nombre de shunt universal. La caja de shunt tiene indicado al lado de cada borne el valor de n o el de $\frac{1}{n}$, siendo n el poder multiplicador relativo, referido al valor mínimo de m, o sea a $m_1 = \frac{R_g + r}{r}$, es decir

$$n = \frac{m_n}{m_1} \tag{52}$$

Para saber el valor del poder multiplicador efectivo que corresponde a cada borne, es evidentemente necesario conocer R_g y r, pero si R_g es pequeño frente a r se puede hacer $m_1 = 1$ y $m_n = n$.

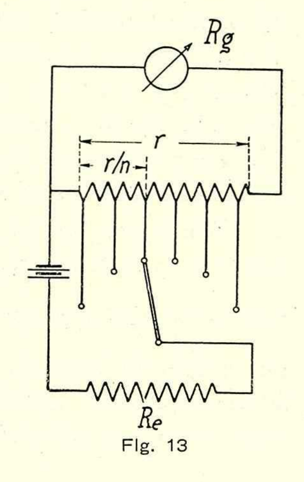


Fig. 13

Si la resistencia exterior al galvanómetro es muy grande, la resistencia total del circuito visto desde la fuente (fig. 13)

$$R_e + \frac{r}{(R_g + r)\,n}\left\{R_g + r\left(1 - \frac{1}{n}\right)\right\} \cong R_e$$

es practicamente independiente de n, lo mismo que la resistencia total vista desde el galvanómetro

$$R_g + r\left(1 - \frac{1}{n}\right) + \frac{r\,R_e}{r + n\,R_e} \cong R_g + r$$

de manera que el amortiguamiento es constante; en particular se puede elegir r para obtener el amortiguamiento crítico.

La aplicación del shunt universal es pues interesante p. ej en una medida de aislación, o en una descarga capacitiva en el galvanómetro balístico (véase la publicación N.° 3), casos en los que la resistencia exterior puede considerarse practicamente infinita. En cambio, si la resistencia exterior es pequeña, resulta inmediatamente de las consideraciones que preceden que el empleo del shunt universal ya no ofrece interés particular.

15. Límite natural de la sensibilidad. — *Ising* fué el primero en demostrar, basándose en las experiencias de *Moll*, que los galvanómetros tienen un límite natural de sensibilidad. En efecto, el sistema móvil de un galvanómetro participa en el movimiento browniano del aire; el par ejercido por el choque de las moléculas del aire origina una oscilación de amplitud variable, de acuerdo con las leyes de probabilidad. La desviación media, tomada en un intervalo de tiempo suficiente, es evidentemente nula, pero si el galvanómetro es muy sensible, las desviaciones instantáneas alteran el cero, y no será posible medir una corriente lo suficientemente pequeña como para que la desviación que le corresponde sea del mismo orden de magnitud que las desviaciones instantáneas.

El movimiento de las moléculas del aire no es la única causa de la inestabilidad natural del cero; hay que considerar también el movimiento browniano de los electrones del circuito del galvanómetro, o sea una corriente espontánea fluctuante de valor medio nulo en un intervalo de tiempo suficientemente grande, pero que en un instante dado puede ser del mismo orden de magnitud que la corriente que se quiere medir.

Consideremos un sistema en equilibrio estadístico con el medio que lo rodea. La acción del medio origina en las energías potencial y cinética del sistema fluctuaciones cuyo valor medio es $\frac{1}{2} k\,\theta$ por grado de libertad, siendo $k = 1{,}37.10^{-23}$ *u. G.* o $1{,}37.10^{-16}$ *C. G. S.* la constante de Boltzmann y θ la temperatura absoluta. Se tiene pues, para los galvanómetros

$$\frac{1}{2} k\,\theta = \frac{1}{2} C\,\overline{\Theta}_0{}^2 \tag{53}$$

donde $\overline{\Theta}_0{}^2$ es el cuadrado medio de las desviaciones angulares debidas a las fluctuaciones. La corriente I_0 que provocaría una desviación $\overline{\Theta}_0$ es

$$I_0 = \frac{C\overline{\Theta}_0}{g} = \frac{\sqrt{K\,C\,\theta}}{g} = \sqrt{\frac{\pi\,K\,\theta}{R_c\,T_0}} \tag{54}$$

si eliminamos g despreciando el amortiguamiento en circuito abierto.

La probabilidad de que una desviación única Θ_1 sea debida a la experiencia y no a las fluctuaciones es de 0,84 para $\Theta_1 = \overline{\Theta}_0$

y de 0,9999 para $\Theta_1 = 2,75\ \overline{\Theta}_o$ (*Courtines*). Repitiendo n veces la lectura se reduce $\sqrt{n}$ veces $\frac{\Theta_1}{\overline{\Theta}_o}$. La corriente I_o representa pues, a menos de un coeficiente de seguridad, la corriente límite que se puede medir.

Zernike calculó la distancia mínima a la que hay que colocar la escala del espejo de un galvanómetro dado, para poder observar la oscilación del spot debida al movimiento browniano. Se tiene en efecto, a partir de (18) y (54):

$$\overline{d}_{mm} = 10^3 . 2\, D \sqrt{\frac{K\,\theta}{C}} \qquad (55)$$

con $\overline{d}_{mm}$ igual a la raíz cuadrada del cuadrado medio de las desviaciones. A la temperatura normal de laboratorio, 18° C, o sea $\theta = 291°$ K, se tiene

$$\overline{d}_{mm} = 12,6 . 10^{-8} \frac{D}{\sqrt{C}} \qquad (56)$$

Estas deduciones se verificaron experimentalmente. Con un galvanómetro de cuadro muy sensible, de constante de torsión $C = 3 . 10^{-10}$ *u. G.*, cuyas desviaciones eran amplificadas por reflexiones sucesivas, *Zernike* obtuvo desviaciones desordenadas del orden de 0.3 mm. de uno y otro lado de la posición de equilibrio. Encontró también que para un galvanómetro de imán móvil muy sensible (par director 4.10^{-13} *u. G.*), $\overline{d} = 0,2$ mm. si $D = 1$ m., de modo que las fluctuaciones son ya visibles distando la regla solamente 0,35 m. del espejo. Esto explica en parte por qué ni los mejores soportes ni la mejor protección pueden hacer perfectamente estable el cero de los galvanómetros de imán muy sensibles; antes eso se atribuía a los microsismos, pero ahora se tiene la certeza de que interviene también la inestabilidad natural del cero. Si los galvanómetros de cuadro móvil parecen más estables, es porque el estado actual de su construcción no permite generalmente alcanzar la sensibilidad suficiente.

El movimiento browniano limita la sensibilidad práctica máxima en intensidad al orden de 10^{-11} — 10^{-12} m.A/mm., lo que no quiere decir que no se pueda, empleando amplificadores de corriente con válvulas electrómetros, medir con galvanómetros co-

rrientes mucho más pequeñas; *Moles, Rogozinski* y otros indican dispositivos, algunos muy sencillos, que permiten acusar hasta 10^{-17} *A*. Observemos de paso que la amplificación por válvulas queda limitada por los fenómenos de granalla y de agitación térmica.

16. Amplificación de las desviaciones por relés termo- o fotoeléctricos. — Lo que interesa fundamentalmente en un galvanómetro es la menor desviación que se puede leer con *certeza,* y que depende no solamente de la sensibilidad del aparato, sino también de las perturbaciones que afectan el equilibrio del órgano móvil. Ciertas perturbaciones, si son regulares, pueden ser individualizadas; basta observar el cero del aparato durante un tiempo suficiente. El período propio *T* y el amortiguamiento del aparato desempeñan aquí un papel importante: si el período es grande el aparato es un integrador; por el contrario, si es pequeño, se pueden aislar ciertas perturbaciones de corta duración y tenerlas en cuenta.

Cuando, como ocurre en los galvanómetros de cuadro móvil, la sensibilidad, aunque muy elevada, es inferior a la natural, y el cero del aparato es suficientemente estable, se puede, aplicando un procedimiento de amplificación de las desviaciones, alcanzar la sensibilidad natural. Ya hemos descripto en el parágrafo 3 de este capítulo la amplificación óptica de las desviaciones; vamos a describir ahora otros procedimientos, utilizando un relé formado sea por un par termoeléctrico, sea por una célula fotoeléctrica.

1) *Amplificador con relé termoeléctrico. Moll* y *Burger* realizaron un amplificador, construído por la casa Kipp, que consiste en dos galvanómetros y un par termoeléctrico formado por una banda constantano - manganino - constantano, colocado en una ampolla en la que se ha hecho el vacío para evitar las perturbaciones ocasionadas por el aire. El galvanómetro primario *G. P.*, muy sensible, y cuya desviación se quiere medir, está dispuesto de tal manera que cuando está en el cero, el rayo luminoso reflejado por su espejo cae en el centro de la banda de manganino *A B* (fig. 14): los dos extremos de la soldadura están entonces a la misma temperatura y el galvanómetro secundario, *G. S.*, sobre el que está cerrado el par, queda en reposo.

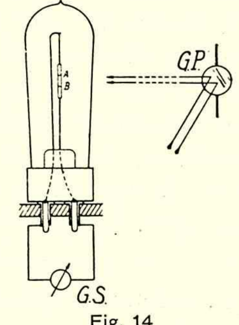


Fig. 14

Pero basta una pequeñísima desviación del galvanómetro primario, inapreciable sobre la escala usual a 1 m., para calentar desigualmente las soldaduras y obtener una desviación notable del galvanómetro secundario, que puede ser menos sensible que el primario. La sensibilidad del termorelé se regula obrando sobre la intensidad luminosa de la lámpara del galvanómetro primario, haciendo variar la corriente de alimentación de la misma por medio de un reóstato. Las desviaciones de los dos galvanómetros son proporcionales (amplificación lineal) si el desplazamiento del spot sobre el par es inferior a 1,5 mm. El tiempo de indicación del termorelé es de alrededor de 2,5 s. La misma casa puso a punto otro dispositivo de amplificador termoeléctrico para usar con un galvanómetro de período muy corto cuando se precisan lecturas rápidas. El haz luminoso (fig. 15) reflejado por el espejo del galvanómetro primario cae sobre dos prismas de reflexión total, que lo dividen en dos partes, concentrada cada una sobre un par termoeléctrico en el vacío, de indicaciones rápidas. Los pares están conectados en oposición ; eligiendo un galvanómetro conveniente el tiempo de lectura es de alrededor de 0,3 s., según el constructor, pudiéndose alcanzar la sensibilidad natural.

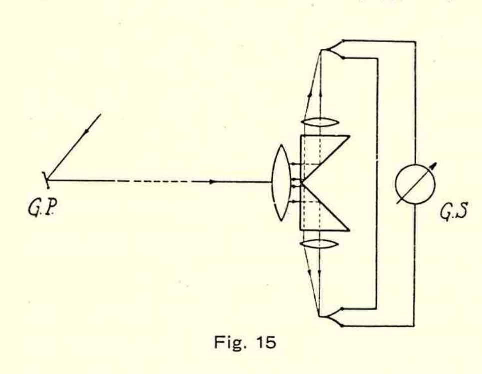


Fig. 15

2) *Amplificador con relé fotoeléctrico.* Se puede también obtener una amplificación lineal de las desviaciones con ayuda de una célula fotoeléctrica (*Null*). El dipositivo es análogo al del par termoeléctrico: el espejo del galvanómetro primario envía la luz sobre una célula frente a la cual está colocada una pantalla con una abertura triangular (fig. 16). La célula está cerrada sobre el galvanómetro secundario. Una rotación del espejo del galvanómetro primario provoca una variación del flujo luminoso recibido por la célula, y, por consiguiente, una variación de la corriente secundaria. La amplificación puede regularse obrando sobre la intensidad luminosa de la lámpara y sobre la abertura del triángulo. La célula tiene sobre el par la ventaja de no ser practicamente sensible a la falta de uniformidad en la distribución de la tempera-

tura y a las pequeñas variaciones de la misma. Por el contrario, si se quieren medir con la célula desviaciones del aparato en los dos sentidos, es necesario admitir que el galvanómetro secundario esté recorrido por una corriente permanente cuando el galvanómetro primario está en cero; por lo tanto, la suspensión del galvanómetro secundario debe estar completamente exenta de histéresis elástica. Es evidente que la superficie útil de la célula debe tener la misma sensibilidad a la acción del haz luminoso.

Cualquiera que sea el relé empleado (par o célula), el flujo luminoso de la fuente debe ser muy constante; para eso se alimentan generalmente las lámparas bajo tensión reducida.

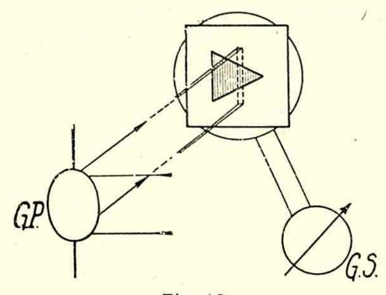


Fig. 16

Una condición previa a la amplificación de las desviaciones es que el aparato primario tenga un cero suficientemente estable; a ese efecto *Moll*, en lugar de suspender el cuadro, lo mantiene en posición por medio de cintas en tensión (II 5): este aparato es particularmente interesante como galvanómetro primario para utilizar con el relé termoeléctrico.

Observemos también que se puede modificar, y en particular amplificar la desviación de un galvanómetro único, acoplándole un relé, p. ej. una célula fotoeléctrica. Se puede trabajar con una sola fuente luminosa, colocando la célula atrás de una escala transparente, pero es más cómodo utilizar dos fuentes, una que da un spot normal sobre la escala y la otra que ilumina la célula por reflexión sobre el espejo del galvanómetro. El spot que se forma sobre la célula puede tener la forma de una hendidura horizontal; se le intercepta en parte por una pantalla de borde vertical colocada delante de la célula.

La célula y el circuito de medida propiamente dicho están dispuestos en paralelo en los bornes del galvanómetro. Supongamos abierto el circuito de medida; bajo la influencia de la corriente $I_c = f(\Theta)$ enviada por la célula, el espejo toma una cierta posición de equilibrio Θ_1 tal que

$$C\,\Theta_1 = g\,f(\Theta_1)$$

Al cerrar el circuito de medida pasa una nueva corriente I por el

galvanómetro y la desviación varía, modificándose la iluminación de la célula y también la corriente I_c qne ésta envía al aparato. Sea Θ_2 la nueva posición de equilibrio; se tiene

$$C\,\Theta_2 = g\,[\,I + f\,(\,\Theta_2\,)\,]$$

Si en primera aproximación admitimos $f(\Theta) = a\,\Theta$, se deduce inmediatamente

$$(\Theta_2 - \Theta_1)\,(\,C - g\,a\,) = g\,I \qquad (57)$$

Todo ocurre como si el par de torsión fuese $C - ga$ en lugar de C. Se puede regular facilmente $f\,(\Theta)$ actuando sobre el brillo y la forma del spot que ilumina la célula, obteniéndose diversas leyes de $\Theta\,(I)$. En particular, *Y. Le Grand* indica un dispositivo registrador donde la corriente I_c que envía la célula es de signo contrario al de la corriente a medir con el fin de obtener desviaciones proporcionales al logaritmo de la corriente.

El estudio completo de las fluctuaciones del sistema galvanómetro primario - relé - galvanómetro secundario es más complejo (*Courtines, Hochard*). El tiempo total de lectura depende de los galvanómetros elegidos y del relé. En general, el aumento de sensibilidad producido por el relé está siempre acompañado por un aumento de la duración de las lecturas.

Agreguemos finalmente que cuando se utilizan los galvanómetros en las proximidades de su límite natural de sensibilidad, se pueden obtener los mejores resultados por el procedimiento fotográfico. Se fotografía primero el cero del aparato, que a causa del movimiento browniano será una mancha de centro más oscuro que los bordes; se hace una segunda fotografía con la misma placa, después de enviar al galvanómetro la pequeña corriente a determinar, y finalmente se mide, con ayuda de un microfotómetro, la distancia entre los máximos de las dos manchas. En general, para hacer medidas exactas con galvanómetros muy sensibles, se prefiere el registro fotográfico a la observación.

17. Dispositivos antivibratorios. — Ya hemos insistido sobre la importancia de la estabilidad del cero. Por construcción se trata de obtener que el órgano móvil participe lo menos posible en el movimiento del galvanómetro, haciendo coincidir tan perfectamente como se pueda el eje principal de inercia del órgano móvil con el hilo de suspensión. Pero cuando se quiere evitar toda vibración es a veces necesaria una instalación especial del galvanómetro.

Si colocando el aparato sobre una simple consola mural el ce-

ro no es suficientemente fijo, se puede ensayar la interposición entre la consola y el galvanómetro de un bloque muy pesado que descansa sobre un disco elástico, p. ej. un fieltro de crin de caballo. Pueden interponerse también arandelas de caucho comprimidas a un tercio de su altura inicial.

Se obtienen a veces buenos resultados instalando el aparato sobre una columna (p. ej. un tubo de acero de 10 cm. de diámetro exterior), solidamente fija a las vigas de hierro del piso, en la vecindad de sus empotramientos.

Si por los medios que se acaban de citar no se obtienen buenos resultados, se puede ensayar una suspensión antivibratoria. La suspensión *Julius* (fig. 17) consiste en tres varillas *t* dispuestas en los vértices de un triángulo equilátero, rigidamente mantenidas por dos bases triangulares *b*, *b*. Cada varilla tiene un contrapeso regulable *C* y un dispositivo de unión *a*; tres hilos de acero *f*, tan idénticos como sea posible, de 1,5 a 3 m. de longitud, y cuya sección no debe ser muy pequeña, sino justo suficiente para que el peso del dispositivo mantenga tensos los hilos, reunen los dipositivos de unión a los vértices de una consola triangular fija en el muro o en el techo. Se regula la posición de los contrapesos de manera que el centro de gravedad del sistema esté en el plano horizontal que contiene los puntos de unión, *a*. Para amortiguar las vibraciones, las varillas tienen aletas sumergidas en recipientes *A* que contienen un líquido viscoso. El amortiguamiento no debe ser demasiado enérgico para no transmitir las vibraciones en sentido inverso, del edificio al aparato. El galvanómetro *G* se coloca sobre un soporte triangular *s*, semejante a las bases, y cuya altura se puede regular, para llevar al plano de las uniones el punto del aparato que se quiere protejer mejor, generalmente el punto de suspensión del sistema móvil. Debe preverse un dispositivo de seguridad

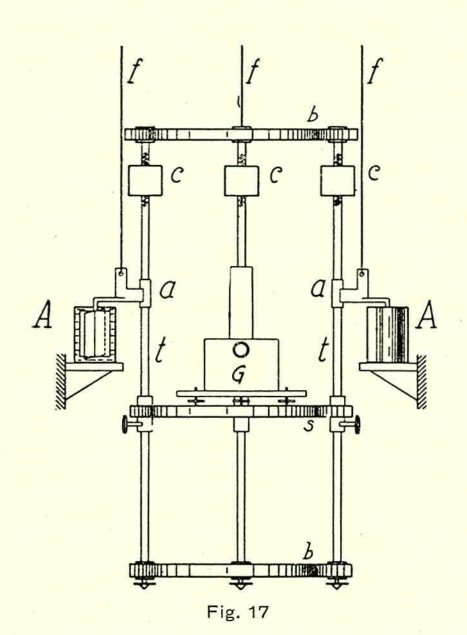


Fig. 17

para protejer el galvanómetro de la caída que podría ser provocada por la ruptura de un hilo. Es necesario también evitar que las corrientes de aire y las conexiones que vienen al galvanómetro sean una fuente de perturbaciones.

En muchos casos puede ser suficiente una suspensión más simple, como p. ej. la siguiente: una consola *C*, en forma de triángulo equilátero, sostiene, por medio de tres hilos *f*, dispuestos en los vértices del triángulo, una fuerte placa de madera *P*, cargada con plomo, que sirve de soporte al galvanómetro (fig. 18). La placa tiene aletas sumergidas en un baño de aceite contenido en el recipiente *R* soportado por dos consolas *c*; el amortiguamiento así obtenido es excelente. Los hilos son de acero de 0,5 mm. de diámetro tienen una longitud total de cerca de 2 m.; se ajustan con ayuda de pequeños tensores *T* que consisten en dos ganchos reunidos por un cilindro que permite hacer variar ligeramente la longitud sin torcer el hilo.

Fig. 18

Bestelmeyer indicó una suspensión portátil que se coloca sobre una mesa, donde los hilos son reemplazados por bastoncitos elásticos. Este dispositivo ha sido construído por la casa Hartmann y Braun.

Einthoven utilizó una placa de hierro de 1 m. x 1 m. x 0,011 m. que flota en un recipiente sobre una capa de mercurio de 1 mm. de espesor. El galvanómetro está colocado sobre la placa. *White* modificó el dispositivo utilizando dos recipientes; el aparato está fijado a las placas flotantes de modo que el punto de suspensión del órgano móvil se encuentre en el centro de gravedad del sistema flotante. *Brace* empleó en vez de mercurio aceite pesado, más barato y cuya viscosidad permite un buen amortiguamiento. Estos dispositivos tienen serios inconvenientes debido a la excesiva superficie ocupada.

18. Comparación rápida de las ventajas e inconvenientes de los galvanómetros de cuadro y de imán móvil en corriente continua. — Una característica de los galvanómetros de imán móvil es la facilidad relativa con que permiten alcanzar muy altas sensibilidades en intensidad y tensión, que llegan, sin amplificación de las desviaciones y para distancias corrientes de la regla al espejo,

a los límites naturales de la sensibilidad. Pero eso no es una ventaja porque una sensibilidad tan elevada solo se precisa excepcionalmente y en el caso en que fuera necesaria se puede obtener con el galvanómetro de cuadro agregándole un amplificador de desviaciones. Recordemos también que la casa Leeds - Northrup construye un aparato de cuadro, del que ya hablamos, cuya sensibilidad en intensidad es del mismo orden que la de los galvanómetros de imán más sensibles.

Una ventaja del galvanómetro de imán es la facilidad con que se pueden cambiar las bobinas para colocarse en las mejores condiciones de sensibilidad en tensión; pero la regulación de los galvanómetros de cuadro con shunt magnético es igualmente fácil, y el cambio del sistema móvil, cuando es el sistema entero el que se saca, es inmediato.

El amortiguamiento de los galvanómetros de imán es en general practicamente independiente de la resistencia del circuito, lo que permite emplearlos en circuitos de resistencia muy pequeña, hecho más difícil de realizar con el galvanómetro de cuadro móvil.

Observemos también que el circuito interior del galvanómetro de imán puede hacerse con facilidad totalmente de cobre, lo que elimina los efectos termoeléctricos.

Como el aparato de imán no tiene partes móviles conductoras de la corriente, resiste mejor a las sobrecargas, aunque esta ventaja no es completa, porque si bien una sobreintensidad deteriora el circuito menos facilmente, puede modificar las características de los imanes. Este efecto se produce aún para sobrecargas de duración lo suficientemente pequeña como para que el efecto Joule no sea peligroso, lo que, como veremos oportunamente, limita el interés del aparato como balístico.

El período del galvanómetro de imán móvil presenta la ventaja de regularse facilmente; pero su valor es generalmente elevado.

Los principales inconvenientes del galvanómetro de imán son su influenciabilidad por los campos magnéticos parásitos y su dificultad de manejo. La regulación, por cierto bastante delicada, debe controlarse después de cada transporte; los campos magnéticos parásitos intensos pueden alterar las características de los imanes: la calibración debe ser frecuente. El cero del aparato no es suficientemente estable a pesar de los artificios empleados. La proporcionalidad entre las desviaciones y las corrientes es menos buena que en

los galvanómetros de cuadro. Observemos finalmente que el precio de los aparatos de imán es elevado, superior al de los galvanómetros de cuadro móvil, quienes, en el momento actual, los han desplazado completamente de su empleo en corriente continua en los laboratorios.

Pero no hay que deducir de esto que el estudio de los galvanómetros de imán presenta interés solo a título excepcional, o aún puramente histórico, porque si bien han sido eliminados en corriente continua, se emplean, convenientemente construídos, en corriente alterna, como galvanómetros de resonancia particularmente interesantes. Este resultado podría entreverse a priori, porque los galvanómetros de resonancia exigen un fuerte par director como consecuencia del pequeño período propio, y en esas condiciones se atenúan la fragilidad mecánica y la influenciabilidad por los campos exteriores de frecuencia distinta de la resonancia.

Nota anexa: Galvanómetro diferencial.

19. Generalidades. — Estos aparatos, que fueron muy utilizados hace algunas decenas de años, particularmente en Alemania, se emplean raramente hoy en día. Tienen dos órganos motores, recorridos por las corrientes a comparar en tal sentido que los pares producidos se restan. Si el aparato fuese perfectamente simétrico quedaría en el cero cuando se comparan dos corrientes de intensidades iguales; en realidad eso no ocurre.

En general, todo galvanómetro, cualquiera que sea el principio de su funcionamiento, puede construirse como galvanómetro diferencial; pero se han utilizado sobre todo los galvanómetros de imán o de cuadro móvil. En otro lugar diremos algunas palabras sobre el principio de los dispositivos diferenciales termoeléctricos, que tienen algunas aplicaciones.

20. Galvanómetro diferencial de imán móvil. — Consideremos p. ej. el galvanómetro astático de *Lord Kelvin*. Normalmente, sus bobinas superiores e inferiores están atravesadas en sentido opuesto por la misma corriente. Enviemos ahora al aparato dos corrientes distintas I_1 e I_2 que circulan en el mismo sentido en las bobinas superiores e inferiores respectivamente: los pares debidos a I_1 e I_2 se restan; el aparato se ha convertido en un galvanómetro diferencial.

La ecuación de equilibrio se escribe (ver I, 6)

$$M_1 G_1 I_1 \cos \Theta + M_2 G_2 I_2 \cos (\gamma + \Theta) = M_P H_t \operatorname{sen} \Theta$$

de donde resulta

$$tg\ \Theta = \frac{M_1 G_1 I_1 + M_2 G_2 I_2 \cos \gamma}{M_P H_t + M_2 G_2 I_2 \operatorname{sen} \gamma}$$

En un aparato perfecto se tendría $M_1 = M_2 = M$, $G_1 = G_2 = G$ $\gamma = \pi$ y

$$tg\ \Theta = \frac{M G}{M_P H_t} (I_1 - I_2) \qquad (58)$$

La desviación mediría la diferencia de las dos corrientes, lo que justifica el nombre de diferencial dado al aparato.

En realidad, el aparato está en cero cuando

$$M_1 G_1 I_1 + M_2 G_2 I_2 \cos \gamma = 0$$

de donde

$$\frac{I_1}{I_2} = K = - \frac{M_2 G_2 \cos \gamma}{M_1 G_1} \qquad (59)$$

El valor de K, que interviene en las medidas hechas con el aparato, debe determinarse experimentalmente para cada galvanómetro.

Para obtener una simetría mejor, se efectúan los enrollamientos de las bobinas con dos hilos paralelos, perfectamente aislados entre sí, dispuestos uno al lado del otro, que constituyen dos circuitos que ejercen acciones sensiblemente idénticas sobre el sistema de imanes. Hay siempre una pequeña diferencia entre las sensibilidades en intensidad de los dos sistemas, que se puede suprimir con ayuda de una bobina de compensación de posición regulable, que penetra en el canal interior de una de las bobinas. Es conveniente verificar la regulación antes de cada ensayo. Se puede también compensar la sensibilidad en tensión S_t al mismo tiempo que S_i ; basta para esto hacer iguales las resistencias de ambas bobinas. Se obtiene este resultado colocando una resistencia convenientemente elegida en serie con la bobina menos resisten-

te; esta resistencia puede en algunos casos estar constituída, por lo menos en parte, por la bobina de compensación.

21. Galvanómetro diferencial de cuadro móvil. — Se construye facilmente un galvanómetro diferencial de cuadro móvil, enrollando sobre un soporte común dos hilos paralelos, perfectamente aislados, uno al lado del otro.

La ecuación de equilibrio se escribe

$$C\,\Theta = \Phi_{o1}\, I_1 - \Phi_{o2}\, I_2$$

Si el aparato fuese perfectamente simétrico se tendría $\Phi_{o1} = \Phi_{o2} = \Phi_o$, y la desviación mediría la diferencia de las corrientes a comparar

$$C\,\Theta = \Phi_o\,(I_1 - I_2) \qquad (60)$$

En realidad, la simetría no es nunca perfecta, y el aparato queda en el cero cuando

$$\frac{I_1}{I_2} = K = \frac{\Phi_{o2}}{\Phi_{o1}} \qquad (61)$$

Los aparatos pueden ser compensados. Para obtener la misma sensibilidad en intensidad, se shunta el enrollamiento más sensible; para realizar la misma sensibilidad en tensión, definida como $\frac{S_i}{R_g}$, es además necesario igualar las resistencias interiores por medio de una resistencia adicional.

Observemos que en la mayoría de las medidas se trata de eliminar la resistencia interior del galvanómetro de las fórmulas finales.

Es casi inútil agregar que se pueden emplear separadamente los cuadros, o ponerlos en serie o en paralelo para realizar diferentes sensibilidades. Cuando se emplea uno solo de los cuadros el otro puede cerrarse sobre una resistencia variable con el fin de regular el amortiguamiento.

La aislación de los dos circuitos debe ser tan perfecta como sea posible, tanto en el galvanómetro de cuadro como en el de imán móvil, porque toda corriente de fuga falsea los resultados.

Antes de enviar las corrientes, hay que asegurarse siempre de que sus valores no son peligrosos para el galvanómetro. En efecto, como la desviación es practicamente proporcional a la diferencia de corrientes y no a sus valores particulares, se arriesgaría quemar el aparato sin ser advertido por una desviación anormal.

INDICE

LIT. E IMP. DEL COMERCIO
25 DE MAYO 321